

2025 Quantum2025



Schrödinger's Katze am Emmy Noether Campus: sie lebt!



Termine:

7.5:

14.5:

21.5:

28.5: - - -

4.6:

11.6:

18.6:

25.6: Prof. Tao Han

2.7:

9.7:

+ Oppenheimer

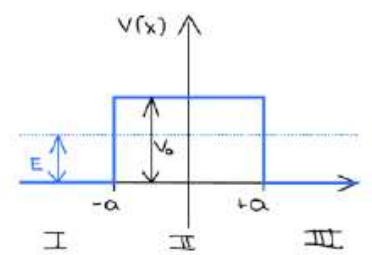
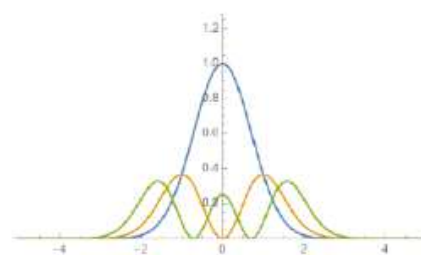
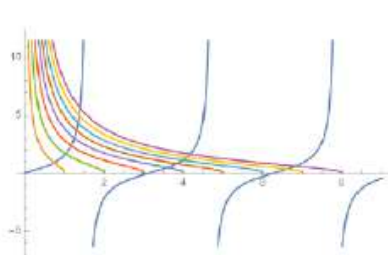
16.7:



Prof. Dr. Tao Han forscht mit Unterstützung der Humboldt-Stiftung an der Uni Siegen.



Ankündigung für das Sommersemester 2025 Das theoretische Minimum II Quantenmechanik - Prof. Dr. Alexander Lenz, 4PHY00011V



Diese Vorlesungsreihe gibt eine Einführung in die Grundprinzipien der theoretischen Physik.

2025 wird weltweit das 100 jährige Jubiläum der Entdeckung der Quantenmechanik gefeiert. Ursprünglich war dies über viele Jahrzehnte lang reinste Grundlagenforschung ohne jegliche Hinweise auf potentielle Anwendungen. 100 Jahre später finden wir, dass ein Großteil der technologischen Errungenschaften der Menschheit im letzten Jahrhundert auf der Quantenmechanik basiert - zuletzt gipfelte dies in den ersten Quantencomputern.

Im Sommersemester 2025 beschäftigen wir uns daher mit einer Einführung in die Grundprinzipien der Quantenmechanik:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{x}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right] \Psi(\vec{x}, t)$$

Die Vorlesung richtet sich an Mittwochsakademiker, Oberstufenschülerinnen und -schüler, Lehrkräfte und Physikenthusiasten mit einem großen Interesse an aktuellen Themen der Physik. Es werden mathematische Konzepte (auf dem Niveau der gymnasialen Oberstufe) eingeführt und benutzt. Die Vorlesung ist an die erfolgreiche Vorlesungs- und Buchreihe "The theoretical Minimum" von Leonard Susskind angelehnt, welche auf dieselbe Zielgruppe ausgerichtet war. Vom Niveau her wird sich die Veranstaltung auf dem schmalen Grat zwischen einer rein populärwissenschaftlichen Bildershow und einer theoretischen Physikvorlesung im Bachelorstudium bewegen.



11 Termine im Sommersemester 25:
7.5., 14.5., 21.5., 28.5., 4.6., 11.6., 18.6., 25.6., 2.7., 9.7., 16.7.
Mittwochs 16-18
Emmy Noether Campus ENC-D-114
Infos unter: alexander.lenz@uni-siegen.de
<https://tp1.physik.uni-siegen.de/mittwochsakademie/>



[https://
www.quantum2025
.de](https://www.quantum2025.de)

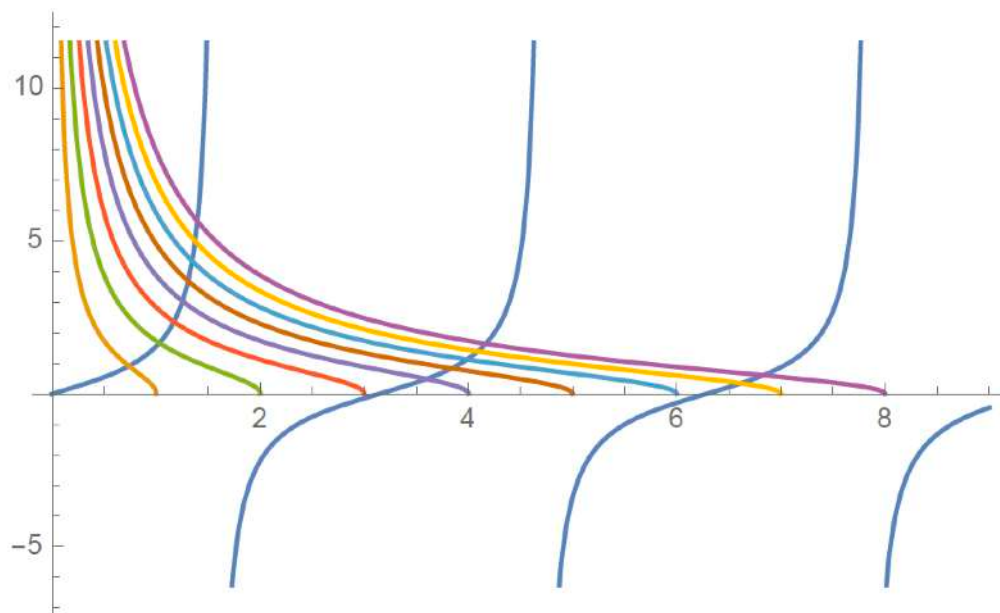


Vorlesung: Das theoretische Minimum

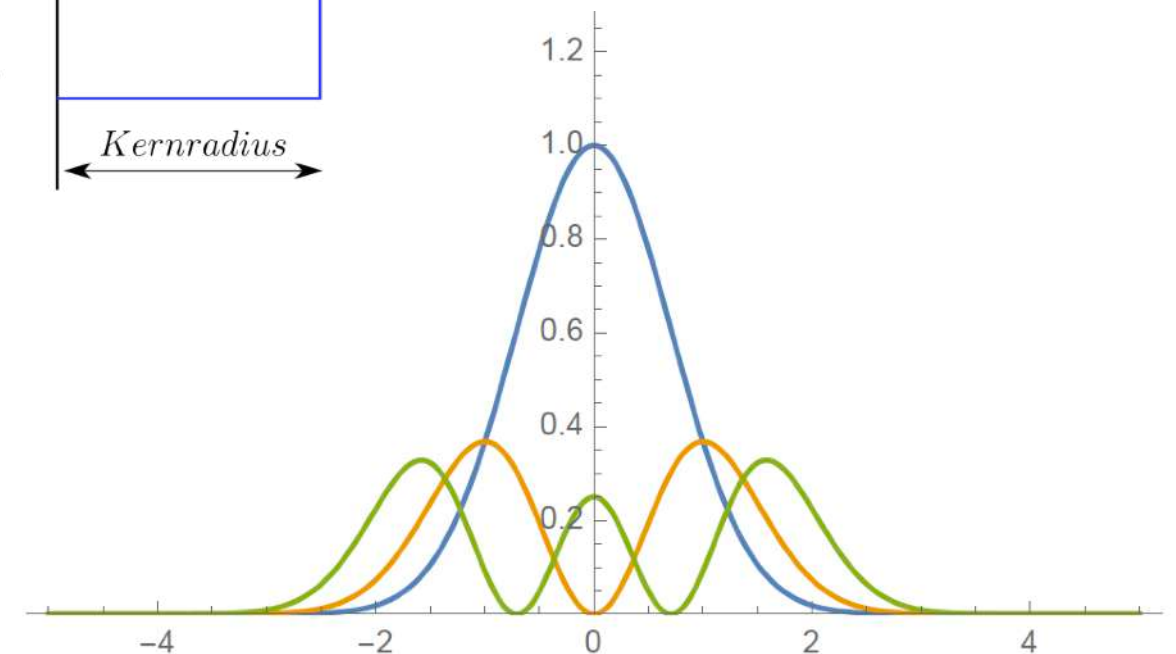
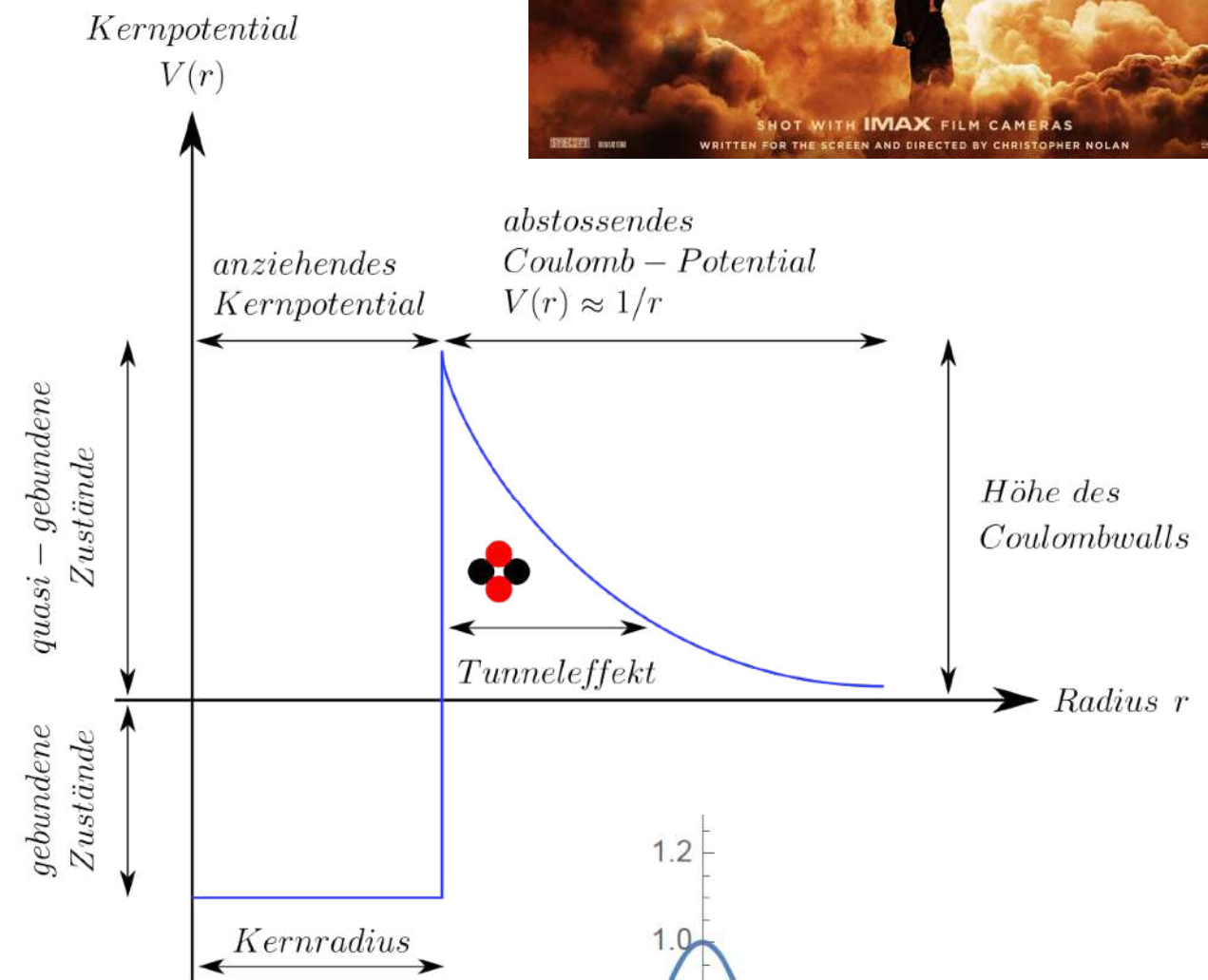
Mittwochsakademie

Ablauf

- 7.5.: Einführung
- 14.5.: Zustände, Vektorräume
- 21.5.: Grundprinzipien der QM
- 28.5.: -
- 4.6.: Zeitentwicklung
- 11.6.: Unschärferelation
- 18.6.: Verschränkung
- 25.6.: **Festkolloquium: Prof. Tao Han**
- 2.7.: Teilchen und Wellen
- 9.7.: Dynamik + **Film: Oppenheimer**
- 16.7.: Harmonischer Oszillator



Streuung an Kastenpotential



Aufenthaltswahrscheinlichkeit
beim harmonischen Oszillator



Spitzenforschung: Siegener Physiker steigen in die „Champions League“ auf

Uni Siegen künftig Teil eines Exzellenzclusters – Ministerin Bär gibt Wissenschaftlern eine Botschaft mit

SIEGERLAND



Das Siegener-Exzellenzcluster-Team (von links): Dr. Qader Dorosti, Prof. Thorsten Feldmann, Prof. Ivar Fleck, Prof. Tobias Huber, Prof. Thomas Mannel, Prof. Markus Cristinziani, Rektorin Prof. Stefanie Reese, Dr. Oliver Witzel, Prof. Alexander Lenz, Prof. Guido Bell, Dr. Elisabeth Schopf, Katharina Voß und Dr. Carmen Diez Pardos.

Uni Siegen „absolute Weltspitze“

Hochschule mit „Exzellenzcluster“ erfolgreich – „ein Ritterschlag für die Siegener Physik“

Siegen. „Herausragender Erfolg“ für die Universität Siegen: Der Antrag für einen sogenannten „Exzellenzcluster“ im Bereich der Teilchenphysik war erfolgreich. Wie die Hochschule am 22. Mai, mitteilt, hat die Exzellenzkommission von Deutscher Forschungsgemeinschaft und Wissenschaftsrat dem Vorhaben mit dem Titel „Color meets Flavor“ den Zuschlag erteilt und es für die Förderung im Rahmen der Exzellenzstrategie des Bundes und der Länder ausgewählt. „Color meets Flavor“ ist ein gemeinsames Vorhaben der Universitäten Bonn, Dortmund und Siegen sowie des Forschungszentrums Jülich. Es erhält in den kommenden sieben Jahren insgesamt rund 60 Millionen Euro Fördermittel.

Die Exzellenzstrategie ist demnach der wichtigste deutsche Forschungswettbewerb – insgesamt wurden 70 Exzellenzcluster zur Förderung ab 2026 ausgewählt. Die Rektorin der Universität Siegen, Prof. Stefanie Reese, verfolgte die Verklödung der Exzellenzcluster gemeinsam mit dem Siegener Cluster-Team und weiteren Gästen live im Hörsaal auf dem Emmy Noether Campus. „Das ist ein sensationeller Erfolg für unsere Universität, über den ich mich unglaublich freue. Mein Dank gilt den beteiligten Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern, die wirklich Großartiges geleistet haben. Und natürlich auch den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern aus der Verwaltung, die die aufwändige Antragsstellung

Wir möchten uns interessante Messungen und theoretische Berechnungen vornehmen, bei denen Effekte sowohl der starken als auch der schwachen Wechselwirkung auftreten, um grundlegende Fragen über die Entstehung des Universums beantworten zu können.

Prof. Alexander Lenz, Sprecher Siegener Exzellenzcluster-Team



mit aller Kraft unterstützt haben“, so Reese. „Im Bereich der Elementarteilchenphysik gehören wir zur absoluten Weltspitze“, sagt der Projektor für Forschung, Infrastruktur und Vernetzung, Prof. Andreas Kolb.

Der neue Exzellenzcluster nimmt ab dem 1. Januar 2026 die Forschungsarbeit auf. Im Verbund wird nach neuen Phänomenen in der Teilchenphysik gesucht. Insbesondere das Zusammenspiel der starken („Color“) und schwachen Wechselwirkung („Flavor“) von Elementarteilchen soll beleuchtet werden. „Wir möchten uns interessante Messungen und theoretische Berechnungen vornehmen, bei denen Effekte sowohl der starken als auch der schwachen Wechselwirkung auftreten, um grundlegende Fragen über die Entstehung des Universums beantworten zu können“, so Prof. Alexander Lenz, Sprecher des Siegener Teams und Co-Sprecher der Gesamtinitiative. Für die Siegener Physik sei der Cluster ein „offizieller Ritterschlag“, so Lenz.

Neben wissenschaftlicher Leistung sei die „Enkulturationskultur“ an der Uni Siegen ausschlaggebend gewesen. Die wissenschaftlichen Anforderungen im Wettbewerb um die Exzellenzcluster sind nach Uni-Angaben hoch. Ursprünglich waren für die 2026 startende, zweite Förderrunde 143 Anträge für neue Exzellenzcluster eingereicht worden. 41 davon schafften es in die finale Auswahlrunde, darunter auch „Color meets Flavor“. Sie konkurrierten dort mit den 57 Exzellenzclustern, die bereits seit 2018 gefördert werden und jeweils einen Fortsetzungsantrag stellten.

Die Existenz von Dunkler Materie und die Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie im Universum geben Hinweise darauf, dass das Verständnis der Natur noch unvollständig ist, wird zum Forschungsgegenstand erläutert. Auch wenn fast alle Messungen der Teilchenphysik bereits präzise vom Standardmodell beschrieben werden können, bleibe die Entscheidungs-

lung der Struktur von Materie im subatomaren Bereich eine der drängendsten Forschungsfragen der fundamentalen Physik. Die Frage: Wo verstecken sich neue fundamentale physikalische Phänomene? Einige der interessantesten Messungen der vergangenen Jahre beinhalten eben jenes Zusammenspiel der starken und schwachen Wechselwirkung, was nun in enger Zusammenarbeit zwischen Theorie und Experiment näher untersucht werden soll.

Mit der Exzellenzstrategie soll der Wissenschaftsstandort Deutschland gestärkt und seine internationale Wettbewerbsfähigkeit weiter verbessert werden. Die Förderlinie „Exzellenzcluster“ dient der projektbasierten Förderung internationaler Wettbewerbsfähiger Forschungsfelder in Universitäten und Universitätsverbünden. Anträge werden in einem wettbewerblichen und wissenschaftsgeleiteten Verfahren entschieden.

Die endgültige Entscheidung über die geförderten Cluster trifft die Exzellenzkommission, die sich aus Mitgliedern eines internationalen Expertengremiums und den für Wissenschaft und Forschung zuständigen Ministern des Bundes und der Länder zusammensetzt. In der zweiten Förderperiode (1. Januar 2026 bis 31. Dezember 2032) werden insgesamt 70 Exzellenzcluster gefördert – dafür stehen jährlich 539 Millionen Euro zur Verfügung.



Alexander Lenz, Professor für theoretische Teilchenphysik an der Uni Siegen, ist Co-Sprecher des Exzellenzclusters. Foto: René Traut

Von Jan Schäfer

SIEGEN. Feststimmung an der Universität Siegen: Der am späten Donnerstagmittag verkündete Zuschlag für den Exzellenzcluster „Color meets Flavor“ ist nicht nur ein Ritterschlag für die unmittelbar Beteiligten im Bereich der Elementarteilchenphysik – auch die Hochschule selbst darf sich über einen Booster für ihren Ruf freuen.

Jetzt, so darf der erfolgreiche Ausgang des wissenschaftlichen Wettbewerbs gelesen werden, gehören die Siegener Forscher offiziell zur Weltspitze in ihrem Gebiet. „Mir ist nicht nur ein Stein, sondern ein komplettes Gebirge vom Herzen gefallen“, strahlt Prof. Dr. Alexander Lenz, Sprecher des Siegener Cluster-Teams. Drei Jahre intensive Vorarbeit hätten sich bezahlt gemacht.

Selbstverständlich, so zeigt sich beim Pressegespräch am Tag nach der Verkündung, sei diese hohe Anerkennung nicht gewesen. „Wir sind dadurch nicht schlauer geworden, sind aber jetzt offiziell exzellent.“

Gemeinsam mit Partnern der Universitäten Bonn und Dortmund sowie am Forschungszentrum Jülich wird das frisch gebackene Exzellenzcluster in den Jahren 2026 bis 2032 eine gewaltige Summe an Fördergeldern von Bund und Ländern bekommen. Insgesamt 60 Millionen Euro werden über die sieben Jahre fließen und eine Intensivierung der Grundlagenforschung ermöglichen.

Wie viel des Geldes am Standort Siegen landen wird, ist nicht auf den Cent genau zu beziffern. Insgesamt wird es darum gehen, die Strukturen des Netzwerks mit seinen vier Partnern auszubauen und zu stärken – sowohl in personeller Hinsicht als auch bei der technischen Ausstattung.

Projektbezogen sollen in den kommenden Jahren die Fördermittel dort eingesetzt werden, wo sie die Forschung am besten voranbringen. Zusammen mit weiteren Fördergeldern des Landes NRW dürften „knapp 20 Millionen Euro“ nach Siegen gehen, überschlägt Uni-Rektorin Prof. Dr. Stefanie Reese.

Zusätzliche Professuren sind nun vorgesehen, und zwar sechs im Cluster. Die Uni Siegen wird daher zwei Professorinnen oder Professoren einstellen, und das möglichst kurzfristig. Entspre-

chende Vorbereitungen für die Einrichtung der Zusatzstellen wurden bereits sorgfältig gemacht.

„Das wird auch das Angebot in der Lehre ergänzen und komplettieren“, erklärt Prorektor Prof. Dr. Andreas Kolb. Bachelor-, Master- und Doktorarbeiten werden künftig im Cluster erfolgen – schon die Absolventen können vom Austausch in dem internationalen Forschungsgebiet profitieren. Auch die Rektorin malt sich einen enormen Effekt von der Auszeichnung der Spitzenforscher aus. „Wir hoffen, dass wir mehr Studierende und Doktoranden gewinnen können.“ Das werde nicht nur die gesamte MINT-Fakultät voranbringen. „Es ist wichtig für unsere Universität und die Region“, betont Reese.



Mir ist nicht nur ein Stein, sondern ein komplettes Gebirge vom Herzen gefallen.

Prof. Dr. Alexander Lenz
Sprecher des Exzellenzclusters

Es sei ein Wahnsinns-Erfolg, dass Siegen es auf die Landkarte der Exzellenzen geschafft habe. „Wir spielen jetzt mit im Konzert der Großen.“

Die Teilchenphysik hat in Siegen übrigens eine lange Tradition. Schon vor über 50 Jahren, als die damalige Gesamthochschule in den Kinderschuhen steckte, wurde auf diesem Gebiet geforscht – inzwischen auch als Sonderforschungsbereich.

Die wissenschaftlichen Anforderungen im Wettbewerb um die Exzellenzcluster sind hoch: Auswahlkriterien sind laut Uni „neben der Exzellenz der Forschung auch hervorragend ausgewiesene Wissenschaftler, die hohe Qualität der unterstützenden

Strukturen sowie ein förderliches und leistungsfähiges Umfeld für den jeweiligen Cluster“.

Die Konkurrenz war hart. Ursprünglich waren für die zweite Förderrunde 143 Anträge für neue Cluster eingereicht worden. 41 davon schafften es in die finale Auswahlrunde, darunter auch „Color meets Flavor“. Sie konkurrierten dort mit den 57 Exzellenzclustern, die bereits seit 2018 gefördert werden und jeweils einen Fortsetzungsantrag stellten.

Die Bezeichnung „Color meets Flavor“ hat nichts mit Farbe und Geschmack zu tun, wie es die direkte Übersetzung aus dem Englischen andeutet. Vielmehr handelt es sich um Begriffe für starke und schwache Wechselwirkung zwischen elementaren Teilchen.

Die Clusterforscher werden theoretisch (durch Berechnungen) und praktisch (durch Experimente und Messungen) der Physik der Quarks auf den Grund gehen und sich mit der Frage beschäftigen, wie diese fundamentalen Materiebausteine komplexe Bindungszustände bilden.

Da sich die Massen der sechs bekannten Quarks über mehrere Größenordnungen erstrecken, reicht die zu ihrer Untersuchung nötige experimentelle Infrastruktur von Experimenten bei kleineren Energien am ELSA-Teilchenbeschleuniger in Bonn bis zu Experimenten bei höchsten Energien am Large Hadron Collider (LHC) am CERN in Genf, bei denen auch das Higgs-Boson untersucht werden kann.

Das Cluster-Projekt soll dazu beitragen, die Welt auf einem ganz grundlegenden Niveau besser zu verstehen. „Wir wollen wissen: Woraus ist Materie aufgebaut, wie funktioniert sie, welche elementaren Bausteine gibt’s, welche Kräfte wirken dazwischen?“, veranschaulicht Alexander Lenz.

Es gehe dabei auch um die Frage, wie das Universum entstanden ist. Wie kam es zum Urknall? „Was musste das sein, wie haben die Naturgesetze ausgesehen?“



Uni Siegen blickt ins Universum

Die heimische Hochschule bekommt erstmals in ihrer Geschichte den Zuschlag für ein Exzellenzcluster. Dieser Erfolg soll nicht allein einen Quantensprung für das Forschungsgebiet der Elementarteilchenphysik bringen. Wie auch Universität und Studenten profitieren können



Universität Siegen gehört zu neuem Exzellenzcluster

Großer Erfolg für heimische Hochschule

Siegen. In Nordrhein-Westfalen gibt es künftig 15 Exzellenzcluster für internationale Spitzenforschung. Ganz neu gehört zu einem dieser Cluster auch die Universität Siegen. Das hat die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) am Donnerstag bekannt gegeben. Damit, so das NRW-Wissenschaftsministerium, liege Nordrhein-Westfalen erneut vor allen anderen Bundesländern und baue seine Spitzenposition auf hohem Niveau weiter aus.

Im Zuge der Exzellenzstrategie von Bund und Ländern erhielten Zusammenschlüsse von acht (vorher sieben) Universitäten aus Nordrhein-Westfalen für sieben Jahre eine jährliche Förderung in Höhe von bis zu 10 Millionen Euro. Förderbeginn sei der 1. Januar 2026. Besonders erfolgreich war demnach erneut die Universität Bonn, die acht Exzellenzcluster holte (vorher sechs) – mehr als jede andere Universität in Deutschland.

Die 15 Cluster verteilen sich laut Ministerium auf die Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, die RWTH Aachen, die Universität zu Köln, die Ruhr-Universität Bochum, die TU Dortmund, die Universität Münster, die Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf (im Verbund mit Köln) und, neu dabei, die Universität Siegen – im Verbund mit Bonn und Dortmund. Die Entdeckung neuer physikalischer Phänomene ist die Zielrichtung dieser Clusters mit dem Titel „Color meets Flavor“. Gerade im Bereich der Teilchenphysik, so das Ministerium, könnten durch die enge Verknüpfung von theoretischem und experimentellem Arbeiten neue Erkenntnisse erzielt werden. rd



Excellence strategy



To further strengthen the **international competitiveness of research** at **German** universities, the **federal and state governments** have established the **Excellence Strategy (ExStra)** as a permanent funding programme in 2017.

Researchers and universities enjoy a **completely free choice of research fields** and profile areas.

The **annual budget** for selected Clusters of Excellence and Universities of Excellence will be increased to **687 million € per year** from 2026 onwards.

The key objective of the Excellence Strategy is **to strengthen top-level research in areas that are internationally competitive**, to institutionally strengthen German universities, and to advance the development of the German higher education system.



Excellence strategy



To further strengthen the
at **German** universities, the **federal government**
Excellence Strategy (ExStr)

Business of research

ts have established the
programme in 2017.

Research
completely free choice

a
profile areas.



The **annual budget** for selected Clusters of Excellence and Universities of Excellence
will be increased to **687 million € per year** from 2026 onwards.

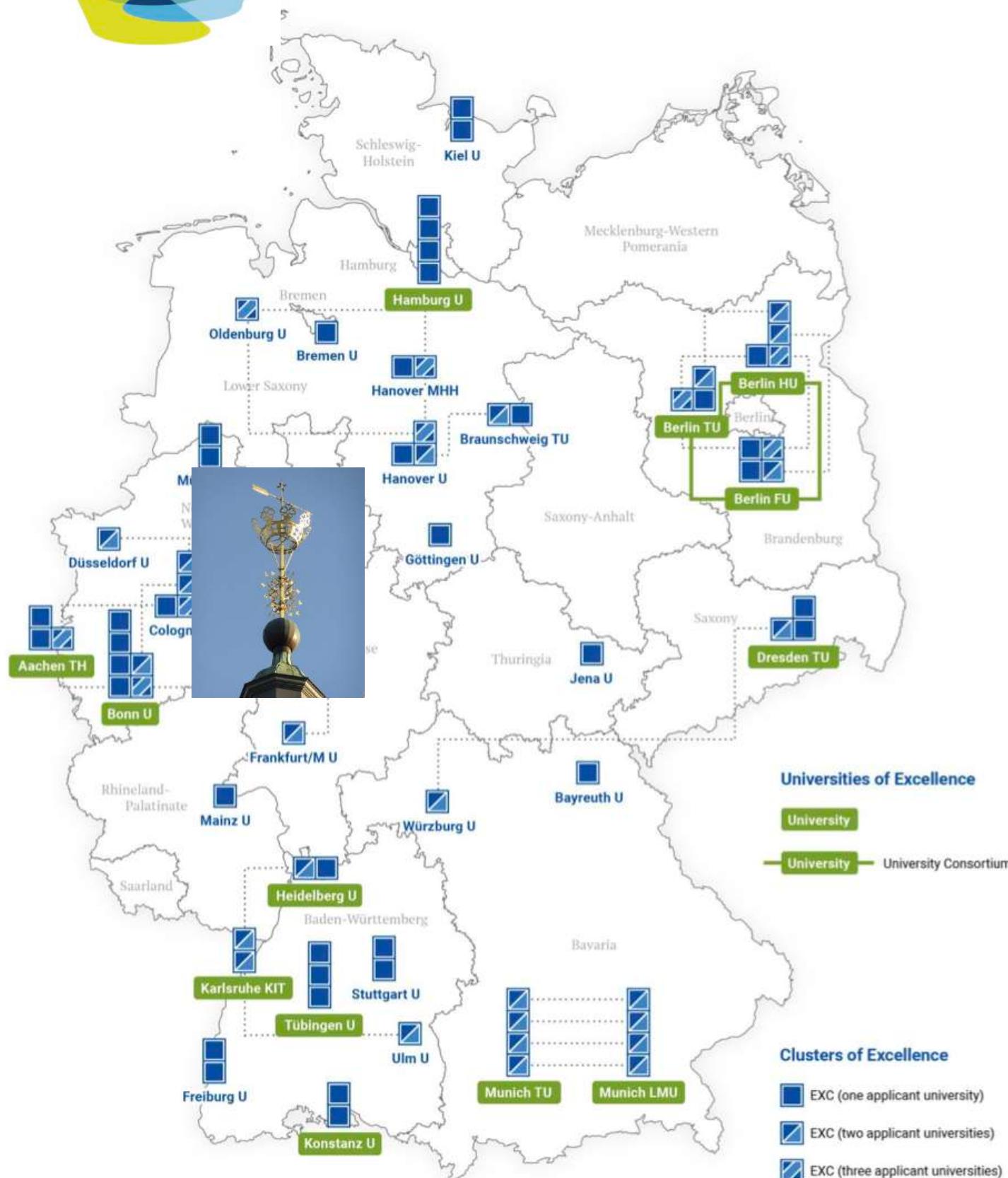
The **key**
to strengthen top-level
to inst
and to advance the



ogy is
nationally competitive,
sities,
education system.



Excellence strategy



First round of the Excellence Strategy

57 Cluster -> now 70 Cluster

6 Cluster from Bonn:

Center for Dependency and Slavery Studies,
Hausdorff Center for Mathematics,
PhenoRob – Robotik und Phänotypisierung für
Nachhaltige Nutzpflanzenproduktion,
ECONtribute: Märkte & Public Policy,
ImmunoSensation2 – the immune sensory system,
Matter and light for quantum computing ML4Q

Particle Physics related:

Munich:

ORIGINS: Vom Ursprung des Universums bis zu
den ersten Bausteinen des Lebens

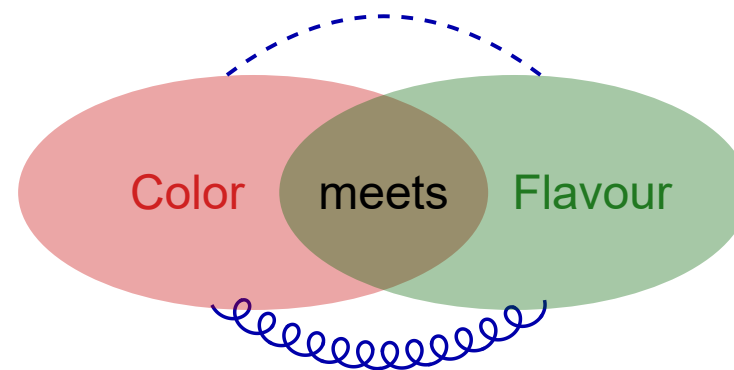
Mainz:

Precision Physics, Fundamental Interactions and
Structure of Matter (PRISMA+)

Hamburg: Quantum Universe

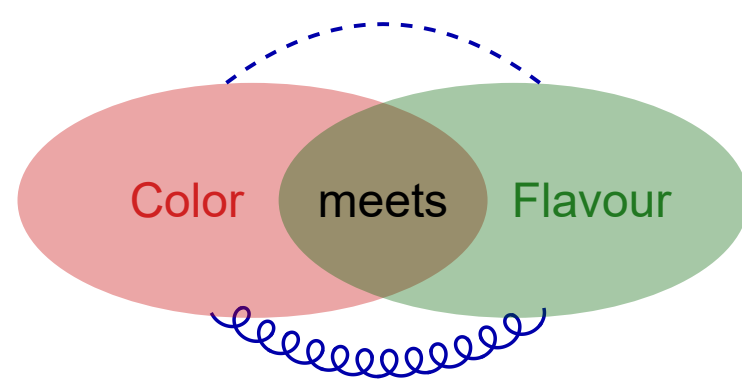
Our project:

Color meets Flavor



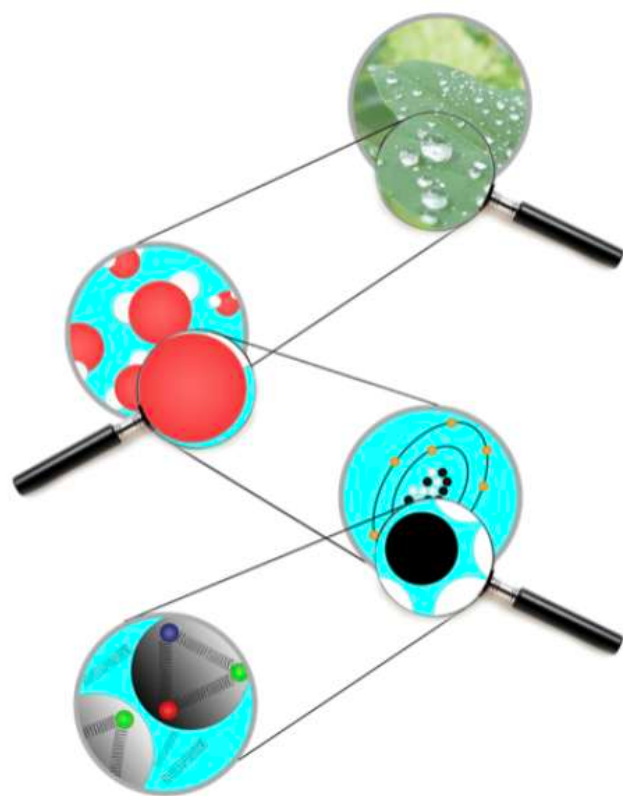
Our project:

Color meets Flavor

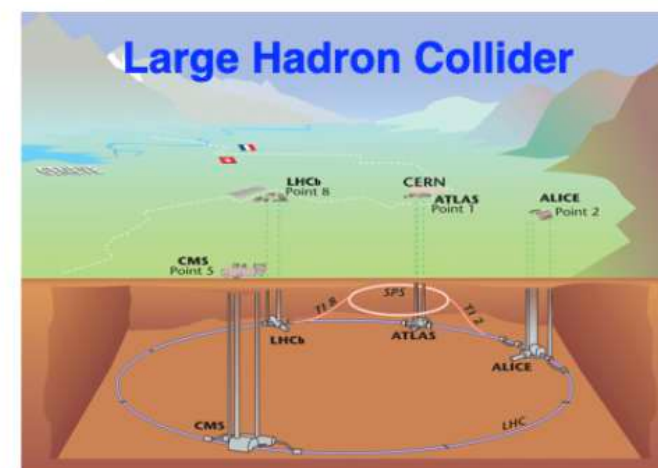


“Dass ich erkenne, was die Welt im Innersten zusammenhält”

Particle Physics in 2025



	Drei Generationen der Materie (Fermionen)			Wechselwirkungen (Bosonen)	
	I	II	III		
Masse	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
Ladung	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
Spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
	u Up	c Charm	t Top	g Gluon	H Higgs
	d Down	s Strange	b Bottom	γ Photon	
	e Elektron	μ Muon	τ Tau	Z Z-Boson	
	ν_e Elektron-Neutrino	ν_μ Muon-Neutrino	ν_τ Tau-Neutrino	W W-Boson	



Standardmodel(s)



Elektromagnetic interaction (IA), **strong IA**, **weak IA**, (Gravitation)

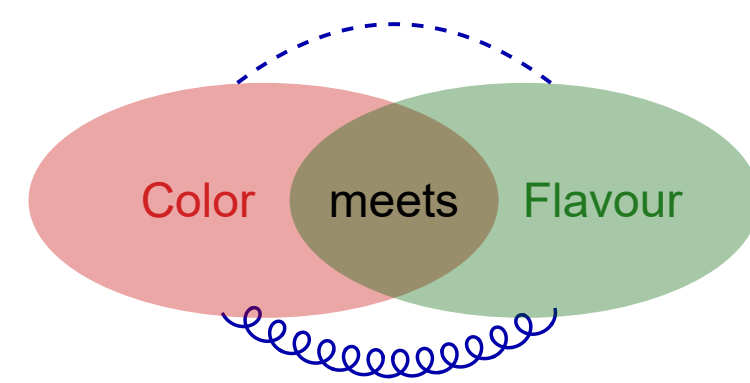
Color: binds quarks into proton

Flavor: radioactive decay of a neutron to a proton

SM describes thousands of measurement with a very high precision!

Our project:

Color meets Flavor



Aim to answer 3 fundamental questions:

1. How does matter emerge from the fundamental building blocks of nature

2. Are there additional particles or interactions?

3. What is the origin of the matter anti-matter asymmetry in the Universe

BARYONS

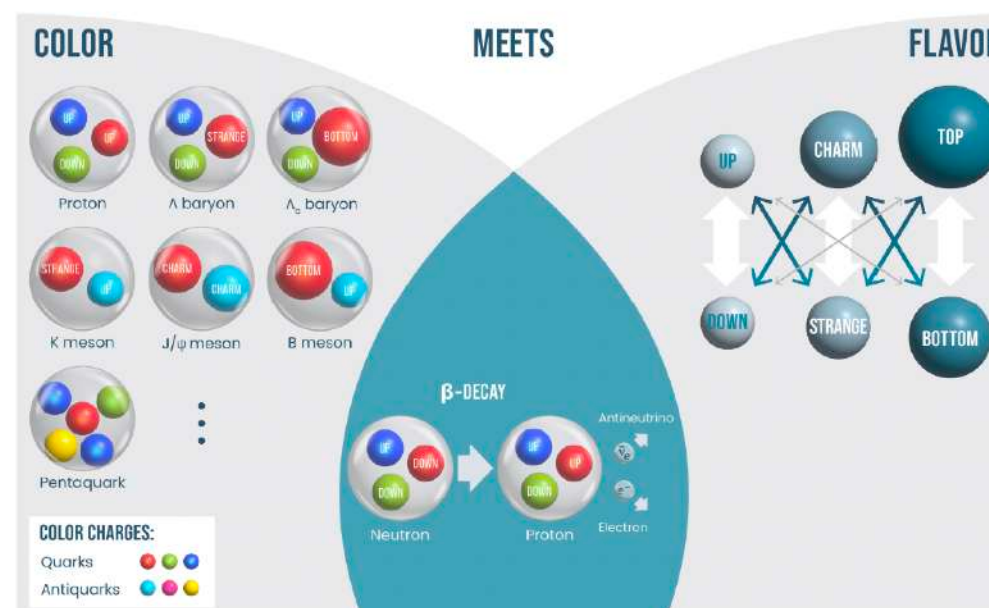
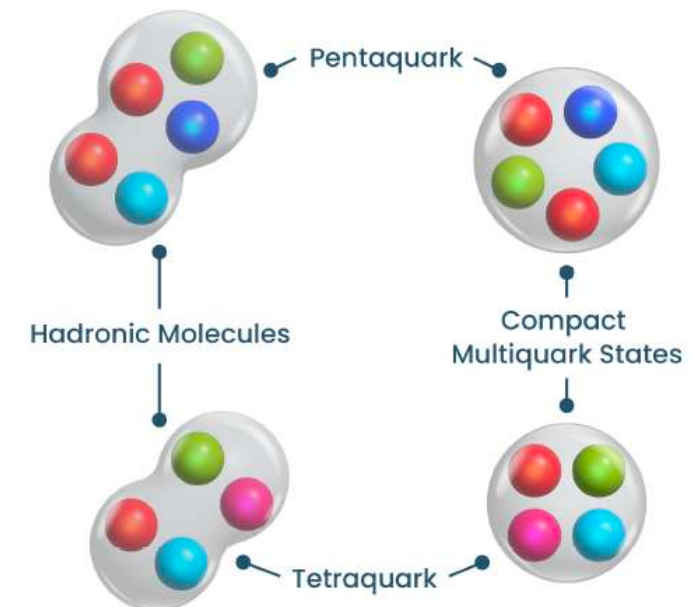


Proton

MESONS



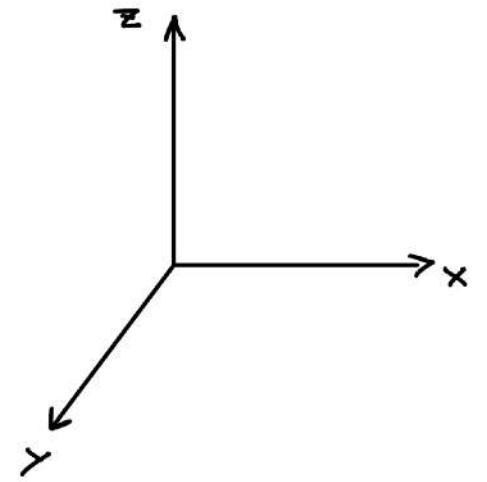
Pion



Wdh.: 1 Quanten Bit

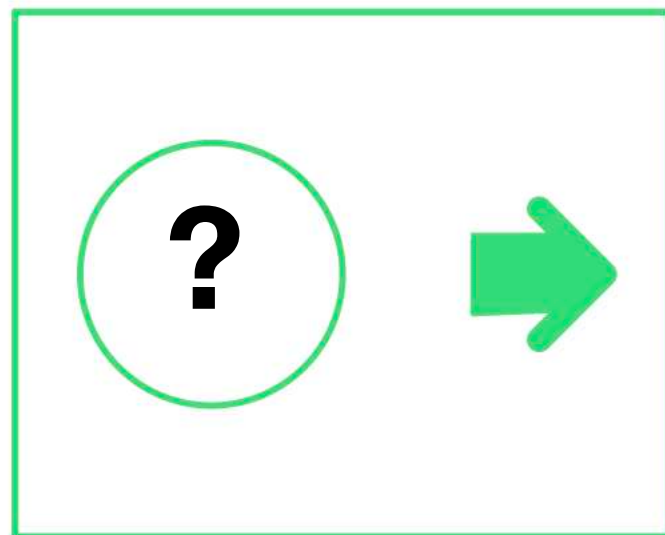
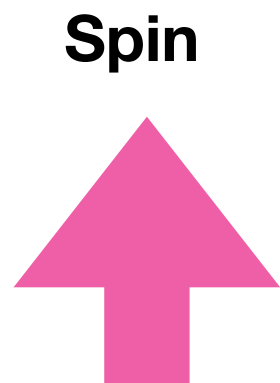
Beispiele für Messergebnisse:

Messung =
Wechselwirkung
von $\mathcal{A}$ mit Spin

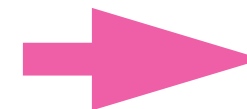


Vor der Messung

Nach der Messung



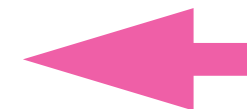
50%



Spin



50%

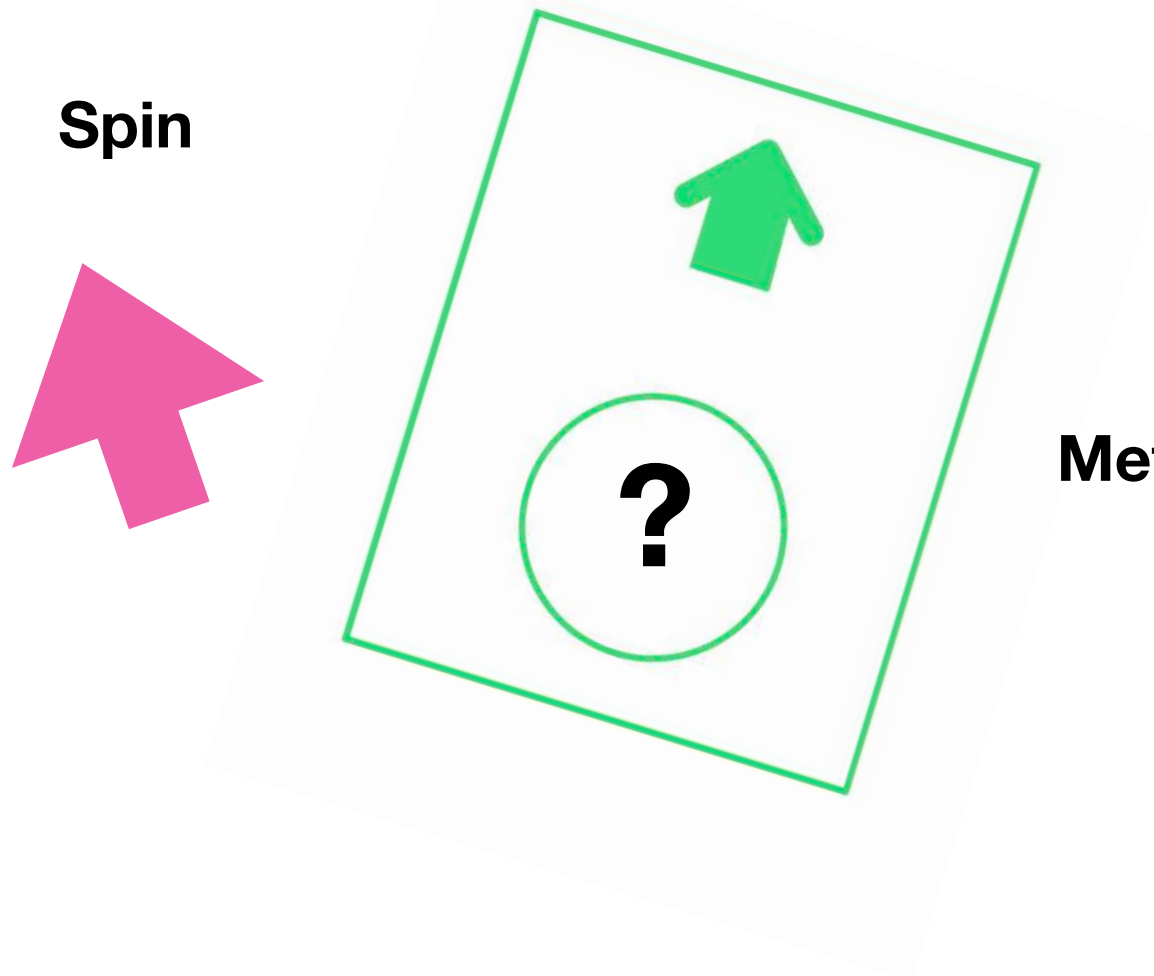


Dieses Ergebnis ist keine logische/offensichtliche Konsequenz
sondern eine experimentelle Tatsache,
die nun verstanden/interpretiert werden muss

Wdh.: Zustände

Test klassischer Aussagen:
(Spin = Münze)

Spin



Mögliche Aussagen:

A: die z -Komponente vom Spin ist $+1$

B: die x -Komponente vom Spin ist $+1$

A oder B: $z = +1$ oder $x = +1$

Wie testet man A oder B?

Methode 1: Schritt 1: Messe σ_z

$\sigma_z = +1 \rightarrow$ **wahr, fertig**

$\sigma_z = -1 \rightarrow$ Schritt 2 Messe σ_x

$\sigma_x = +1 \rightarrow$ **wahr,**

$\sigma_x = -1 \rightarrow$ **falsch**

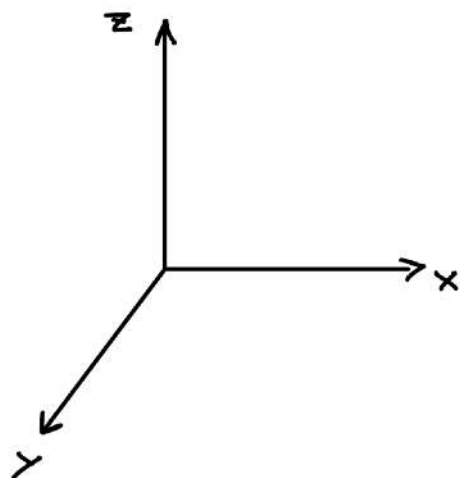
Alternativ Methode 2: Schritt 1: Messe σ_x

$\sigma_x = +1 \rightarrow$ **wahr, fertig**

$\sigma_x = -1 \rightarrow$ Schritt 2 Messe σ_z

$\sigma_z = +1 \rightarrow$ **wahr,**

$\sigma_z = -1 \rightarrow$ **falsch**

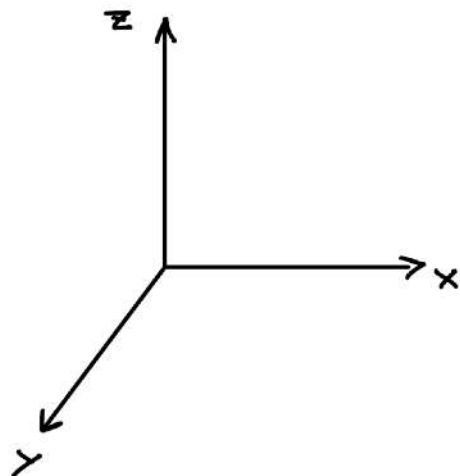
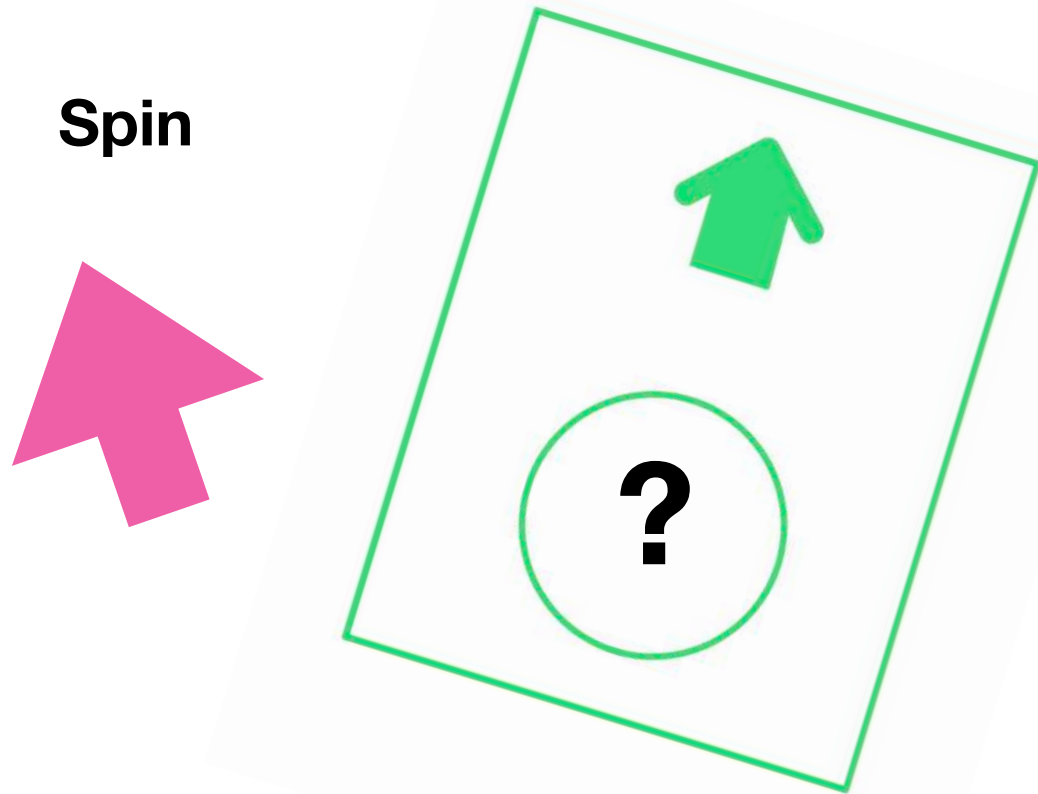


In klassischer Physik: (A oder B) = (B oder A)

Wdh.: Zustände

JETZT: Spin in der Quantenwelt

Spin



Weiterhin:

A: die z -Komponente vom Spin ist $+1$

B: die x -Komponente vom Spin ist $+1$

Annahme das System ist im Zustand $\sigma_z = +1$

Wir benutzen den Apparat $\mathcal{A}$ um zu bestimmen ob (A oder B) gilt

Methode 1: Messe σ_z und erhalte immer $\sigma_z = +1$
 $\Rightarrow$ (A oder B) ist wahr, d.h. 0% für f

Methode 2 (B oder A): Messe zuerst σ_x
Ausgang unverhersehbar (Auvs):

50% $\sigma_x = +1$ w,

50% $\sigma_x = -1$ Spin im Zustand $\sigma_x = -1 \rightarrow$ Messe σ_z

Auvs :

25% $\sigma_z = +1$ w,

25% $\sigma_z = -1$ f

Also insgesamt 25% für f

In Quanten Physik: (A oder B) $\neq$ (B oder A)

Wdh.: Vektorräume - Allgemein

Diese anschauliche Konzept vom 2 dimensionalen Raum, kann auf 3 oder n Dimensionen erweitert werden und auch vollkommen abstrahiert werden!

Ein K -Vektorraum V ist eine Menge von Elementen $\{\vec{v}\}$ oder $\{|\alpha\rangle\}$ für die gilt:

1. Es gibt eine Addition in V mit:

$$\vec{v}, \vec{u} \in V \Rightarrow \vec{v} + \vec{u} \in V$$

kommutativ $\vec{v} + \vec{u} = \vec{u} + \vec{v}$

Nullelement $\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$

Inverses $\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$

assoziativ $\vec{w} + (\vec{v} + \vec{u}) = (\vec{w} + \vec{v}) + \vec{u}$

oder $|\alpha\rangle, |\beta\rangle \in V \Rightarrow |\alpha\rangle + |\beta\rangle \in V$

oder $|\alpha\rangle + |\beta\rangle = |\beta\rangle + |\alpha\rangle$

oder $|\alpha\rangle + |0\rangle = |\alpha\rangle$

oder $|\alpha\rangle + (-|\alpha\rangle) = |0\rangle$

oder $|\alpha\rangle + (|\beta\rangle + |\gamma\rangle) = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) + |\gamma\rangle$

2. Es gibt eine skalare Multiplikation mit Elementen aus $K = \mathbb{R}$ oder $K = \mathbb{C}$

$$\vec{v} \in V, \lambda \in K \Rightarrow \lambda \vec{v} \in V$$

Linear 1: $(\lambda + \mu)\vec{v} = \lambda\vec{v} + \mu\vec{v}$

Linear 2: $\lambda(\vec{v} + \vec{u}) = \lambda\vec{v} + \lambda\vec{u}$

$$\lambda(\mu\vec{v}) = (\lambda\mu)\vec{v}$$

$$1\vec{v} = \vec{v}$$

oder $|\alpha\rangle \in V, \lambda \in K \Rightarrow \lambda |\alpha\rangle \in V$

oder $(\lambda + \mu)|\alpha\rangle = \lambda|\alpha\rangle + \mu|\alpha\rangle$

oder $\lambda(|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = \lambda|\alpha\rangle + \lambda|\beta\rangle$

oder $\lambda(\mu|\alpha\rangle) = (\lambda\mu)|\alpha\rangle$

oder $1|\alpha\rangle = |\alpha\rangle$

Wdh.: Vektorräume - Allgemein

Eine Menge V , die die vorherigen Eigenschaften besitzt, heisst ein K -Vektorraum V :

Beispiele:

1. $\mathbb{R}^2$: 2-dimensionaler Raum, $\mathbb{R}^3$: 3-dimensionaler Raum, $\mathbb{R}^n$: n-dimensionaler Raum
2. $\mathbb{L}$: Raum aller Funktionen
3.

Alle Erkenntnisse aus den einfachen Vektorräumen, können übernommen werden!

Es gibt eine Basis: $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_n, \dots\}$ **und jeder Vektor** $\vec{v}$ **aus dem Vektorraum kann durch diese Basis dargestellt werden** $\vec{v} = \sum_i c_i \vec{b}_i$

Es kann ein Skalarprodukt (inneres Produkt) definiert werden:

$$V \times V \rightarrow K, \quad |\alpha\rangle, |\beta\rangle \mapsto \langle\alpha|\beta\rangle$$

$$\langle\alpha|\beta_1 + \beta_2\rangle = \langle\alpha|\beta_1\rangle + \langle\alpha|\beta_2\rangle \quad \textbf{Linearität (Teil 1)}$$

$$\langle\alpha|\lambda\beta\rangle = \lambda\langle\alpha|\beta\rangle \quad \textbf{Linearität (Teil 2)}$$

$$\langle\alpha|\beta\rangle = \langle\beta|\alpha\rangle^* \quad \textbf{Symmetrie}$$

Wdh.: Hilbert-Raum

Die Zustände in der Quantenmechanik werden durch Vektoren in einem $\mathbb{C}$ -Vektorraum, dem Hilbert-Raum, beschrieben

Oft werden die Zustände auch KET oder KET-Vektor genannt $|A\rangle$

Zu jedem $|A\rangle$, gibt es einen dualen Vektor oder BRA oder BRA-Vektor $\langle A|$

Im Vektorraum $\mathbb{R}^2$: Der duale Vektor zu $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ lautet $\vec{v}^\dagger = (x^*, y^*)$

Das Skalar-Produkt ist dann das Produkt von dualem Vektor $\langle A|$ und Vektor $|B\rangle$

$$\langle A|B\rangle$$

Im Vektorraum $\mathbb{R}^2$: $\vec{v}^\dagger \vec{v} = (x^*, y^*) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^*x + y^*y$

Wdh.: Hilbert-Raum II

$|i\rangle$ sei eine Basis im Hilbert-Raum, $\langle i|$ die duale Basis

Diese Basis ist orthonormiert, d.h. $\langle i|j\rangle = \delta_{ij}$

Jeder Zustand $|A\rangle$ aus dem Hilbert-Raum kann in dieser Basis dargestellt werden

$$|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$$

Für die Koeffizienten gilt $\alpha_i = \langle i|A\rangle$, also $|A\rangle = \sum_i \langle i|A\rangle |i\rangle$

Der duale Zustand $\langle A|$ lautet

$$\langle A| = \sum_i \alpha_i^* \langle i|$$

Wdh.: Quanten-Zustände

Klassische Physik: Kenntnis des Zustandes reicht aus, um die Zukunft des Systems exakt zu kennen

Quanten Physik: Kenntnis des Zustandes reicht **nicht** aus, um die Zukunft des Systems exakt zu kennen.

Beispiel: $\sigma_z = +1$, messe σ_x

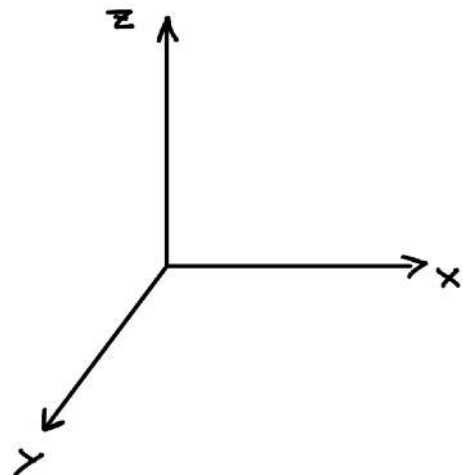
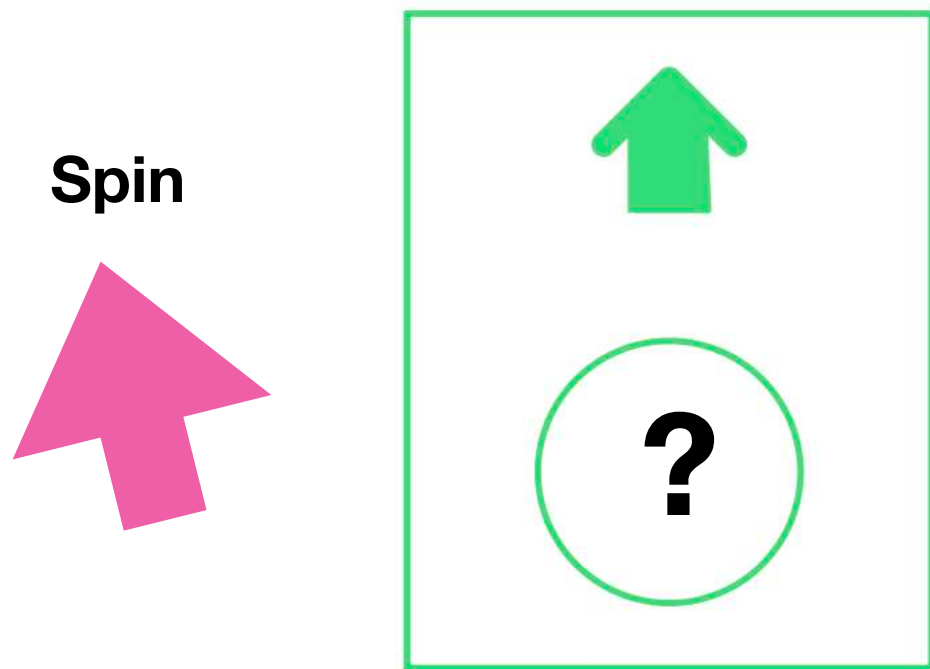
Maximales Wissen = Kenntnis des Zustandes

2 Denkschulen:

- 1) Es gibt **versteckte** Variablen; wenn wir die auch kennen würden und den Zustand auch damit charakterisieren würden, dann würde die Kenntnis des Zustandes ausreichen, um die Zukunft exakt zu kennen
- 2) Natur ist im mikroskopischen nicht deterministisch! That's it. (Kopenhagener Schule)

Wdh.: Darstellung des Spin Zustandes

Wenn das Messgerät $\mathcal{A}$ in z -Richtung ausgerichtet ist, dann kann es die Spin-Komponenten $\sigma_z = \pm 1$ messen.



Wir nennen die Spin-Komponenten $\sigma_z = \pm 1$ **up** und **down** und bezeichnen die zugehörigen Zustände mit $|u\rangle$ und $|d\rangle$

Ist das Messgerät $\mathcal{A}$ in z -Richtung ausgerichtet, und man misst $\sigma_z = +1$, dann befindet sich das System nach der Messung im Zustand $|u\rangle$

Ist das Messgerät $\mathcal{A}$ in x -Richtung ausgerichtet, und man misst $\sigma_x = +1$, dann befindet sich das System nach der Messung im Zustand $|r\rangle$ (rechts/links)

Ist das Messgerät $\mathcal{A}$ in y -Richtung ausgerichtet, und man misst $\sigma_y = +1$, dann befindet sich das System nach der Messung im Zustand $|o\rangle$ (out/in)

Wdh.: Quanten-Spin – Zustände

z-Achse

Die Aussage, dass es keine **versteckten** Variablen gibt,

ist in diesem Fall gleichbedeutend mit der Aussage:

Der Zustandsraum für einen einzelnen Spin ist ein 2-dimensionaler Vektorraum

Dieser wird aufgespannt durch die Basis-Vektoren $|u\rangle$ und $|d\rangle$

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ kann in dieser Basis dargestellt werden als

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \langle u|A\rangle |u\rangle + \langle d|A\rangle |d\rangle$$

- Die Koeffizienten $\alpha_{u,d}$ sind komplexe Zahlen
- Postulat: $|\alpha_{u,d}|^2$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, bei einer Messung den Zustand $|u\rangle, |d\rangle$ zu finden
- Die Werte $\alpha_{u,d}$ heissen Wahrscheinlichkeitsamplituden
- Die Wahrscheinlichkeiten können wie folgt dargestellt werden
 $|\alpha_u|^2 = \alpha_u^* \alpha_u = \langle A|u\rangle \langle u|A\rangle$ und $|\alpha_d|^2 = \alpha_d^* \alpha_d = \langle A|d\rangle \langle d|A\rangle$
- Vor der Messung: das System befindet sich im Zustand $|A\rangle$

Wdh.: Quanten-Spin – Zustände II

z-Achse

Der Zustandsraum für einen einzelnen Spin ist ein 2-dimensionaler Vektorraum

Dieser wird aufgespannt durch die Basis-Vektoren $|u\rangle$ und $|d\rangle$

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ kann in dieser Basis dargestellt werden als

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \langle u|A\rangle |u\rangle + \langle d|A\rangle |d\rangle$$

Bemerkungen:

- Die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ sind orthogonal, d.h. $\langle u|d\rangle = 0 = \langle d|u\rangle$, d.h. wenn der Zustand gleich $|u\rangle$ ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit $|d\rangle$ zu finden gleich Null! **Orthogonalität ist hier nicht räumlich gedacht**
- Es muss gelten: $|\alpha_u|^2 + |\alpha_d|^2 = 1$, d.h. es gibt 2 mögliche Messergebnisse und die Summe der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten beträgt eins! D.h. es kommt immer ein Messergebnis raus.
- Ein allgemeiner Zustand ist auf eins normiert

$$\langle A|A\rangle = \alpha_u^* \alpha_u \underbrace{\langle u|u\rangle}_{=1} + \alpha_d^* \alpha_u \underbrace{\langle d|u\rangle}_{=0} + \alpha_u^* \alpha_d \underbrace{\langle u|d\rangle}_{=0} + \alpha_d^* \alpha_d \underbrace{\langle d|d\rangle}_{=1} = 1$$

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände III

z-Achse

Der Zustandsraum für einen einzelnen Spin ist ein 2-dimensionalen Vektorraum

Dieser wird aufgespannt durch die Basis-Vektoren $|u\rangle$ und $|d\rangle$

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ bei dem $|u\rangle$ und $|d\rangle$ gleichwahrscheinlich sind, lautet:

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\rangle$$

Beachte: dies ist nicht die einzige Möglichkeit

$$|\tilde{A}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\rangle$$

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände IV

x,y,z-Achse

Der 2-dimensionale Vektorraum kann nicht nur durch die Basis-Vektoren $\{|u\rangle, |d\rangle\}$, sondern auch durch die Basis-Vektoren $\{|l\rangle, |r\rangle\}$ oder $\{|i\rangle, |o\rangle\}$ aufgespannt werden.

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ lautet:

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

oder

$$|A\rangle = \beta_l |l\rangle + \beta_r |r\rangle$$

oder

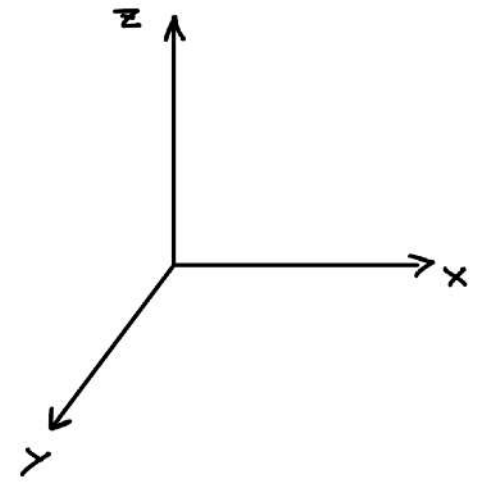
$$|A\rangle = \gamma_i |i\rangle + \gamma_o |o\rangle$$

Wie kann man von einer Basis in eine andere wechseln?

Wdh.: 1 Quanten Bit

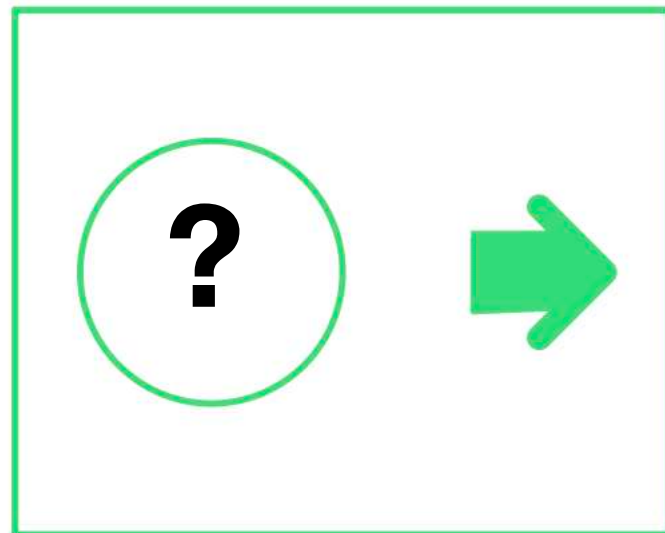
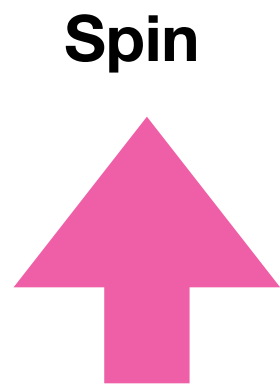
Beispiele für Messergebnisse:

Messung =
Wechselwirkung
von $\mathcal{A}$ mit Spin

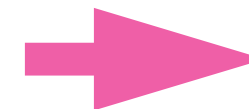


Vor der Messung

Nach der Messung



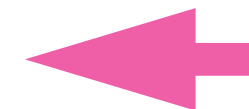
50%



Spin



50%



Dieses Ergebnis ist keine logische/offensichtliche Konsequenz
sondern eine experimentelle Tatsache,
die nun verstanden/interpretiert werden muss

Wdh.: Quanten-Spin – Zustände V

x-Achse

Ein reiner $|u\rangle$ Zustand, besteht also zu gleichen Teilen aus $|l\rangle$ und $|r\rangle$ Zuständen

Daher kann man schreiben

$$|u\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |r\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |l\rangle$$

Wie stellt man den $|d\rangle$ Zustand dar?

Der sollte wieder zu gleichen Teilen aus $|l\rangle$ und $|r\rangle$ Zuständen bestehen,

Aber er sollte orthogonal zu $|u\rangle$ sein....

$$\text{z.B. } |d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |r\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |l\rangle \Rightarrow \langle u | d \rangle = 0$$

$$\text{Damit gilt auch } |r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\rangle \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\rangle$$

$$\text{sowie } \langle r | l \rangle = 0, \quad \langle r | r \rangle = 1 = \langle l | l \rangle$$

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände VI

Eindeutigkeit der Zustände

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ kann in der Basis $|u\rangle$ und $|d\rangle$ dargestellt werden als

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Ein allgemeiner Zustand ist auf eins normiert $\langle A | A \rangle = \alpha_u^* \alpha_u + \alpha_d^* \alpha_d = 1$

Multipliziert man den Zustand $|A\rangle$ mit einer Zahl $z = e^{i\theta}$ (Phase), dann bleibt die Relation $\langle A | A \rangle = \alpha_u^* \alpha_u + \alpha_d^* \alpha_d = 1$ unverändert

D.h. Zustände sind also nur bis auf eine Phase eindeutig bestimmt

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände VII

y-Achse

Wie können nun die $|i\rangle$ und $|o\rangle$ Zustände durch $|u\rangle$ und $|d\rangle$ dargestellt werden?

- Ein reiner $|i\rangle$ Zustand, besteht wieder zu gleichen Teilen aus $|u\rangle$ und $|d\rangle$ Zuständen. Daher könnte man versuchen zu schreiben

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|d\rangle$$

Dann wäre aber der Zustand $|i\rangle$ gleich dem Zustand $|r\rangle$!

- Man findet als einzige unabhängige Möglichkeit die Einführung von komplexen Koeffizienten $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle$, $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle$.

In der Quantenmechanik braucht man komplexe Zahlen!

- Diese Zustände sind wieder orthonormal $\langle i|o\rangle = 0$, $\langle i|i\rangle = 1 = \langle o|o\rangle$

Quanten-Spin – Zustände VII

y-Achse

Exercise 2.3: For the moment, forget that Eqs. 2.10 give us working definitions for $|i\rangle$ and $|o\rangle$ in terms of $|u\rangle$ and $|d\rangle$, and assume that the components α , β , γ , and δ are unknown:

$$|i\rangle = \alpha|u\rangle + \beta|d\rangle$$

$$|o\rangle = \gamma|u\rangle + \delta|d\rangle.$$

a) Use Eqs. 2.8 to show that

$$\alpha^*\alpha = \beta^*\beta = \gamma^*\gamma = \delta^*\delta = \frac{1}{2}.$$

b) Use the above result and Eqs. 2.9 to show that

$$\alpha^*\beta + \alpha\beta^* = \gamma^*\delta + \gamma\delta^* = 0.$$

c) Show that $\alpha^*\beta$ and $\gamma^*\delta$ must each be pure imaginary.

If $\alpha^*\beta$ is pure imaginary, then α and β cannot both be real. The same reasoning applies to $\gamma^*\delta$.

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände VII

x,y,z-Achse

Der 2-dimensionale Vektorraum kann nicht nur durch die Basis-Vektoren $\{|u\rangle, |d\rangle\}$, sondern auch durch die Basis-Vektoren $\{|l\rangle, |r\rangle\}$ oder $\{|i\rangle, |o\rangle\}$ aufgespannt werden.

Misst man in der z -Richtung so hat man die Basis-Vektoren $|u\rangle, |d\rangle$

Misst man in der x -Richtung so hat man die Basis-Vektoren $|l\rangle, |r\rangle$
und es gilt

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle)$$

Misst man in der y -Richtung so hat man die Basis-Vektoren $|i\rangle, |o\rangle$
und es gilt

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + i|d\rangle) \text{ und } |o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - i|d\rangle)$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ wird durch 2 komplexe Zahlen α_u und α_d beschrieben

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ wird durch 2 komplexe Zahlen α_u und α_d beschrieben
 $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$ -> dies sind 4 reelle Parameter

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ wird durch 2 komplexe Zahlen α_u und α_d beschrieben
 $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$ -> dies sind 4 reelle Parameter

- **Die Normierung $\langle A | A \rangle = \alpha_u^* \alpha_u + \alpha_d^* \alpha_d = 1$ reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ wird durch 2 komplexe Zahlen α_u und α_d beschrieben
 $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$ -> dies sind 4 reelle Parameter

- **Die Normierung $\langle A | A \rangle = \alpha_u^* \alpha_u + \alpha_d^* \alpha_d = 1$ reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**
- **Die Freiheit den Zustand mit einer komplexen Phase $e^{i\theta}$ zu multiplizieren reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ wird durch 2 komplexe Zahlen α_u und α_d beschrieben
 $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$ -> dies sind 4 reelle Parameter

- **Die Normierung $\langle A | A \rangle = \alpha_u^* \alpha_u + \alpha_d^* \alpha_d = 1$ reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**
- **Die Freiheit den Zustand mit einer komplexen Phase $e^{i\theta}$ zu multiplizieren reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**

$\Rightarrow$ Es bleiben 2 freie Parameter

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Alternative Überlegung mit gleichem Ergebnis:

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

**Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathcal{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,**

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

**Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathcal{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,**

so kann es 2 mögliche Ergebnisse geben

$$\sigma_{\vec{n}} = \pm 1$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

**Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathcal{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,**

so kann es 2 mögliche Ergebnisse geben

$$\sigma_{\vec{n}} = \pm 1$$

**und nach der Messung ist der Spin in Richtung
von $\vec{n}$ oder in Richtung von $-\vec{n}$ ausgerichtet.**

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

**Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathcal{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,**

so kann es 2 mögliche Ergebnisse geben

$$\sigma_{\vec{n}} = \pm 1$$

**und nach der Messung ist der Spin in Richtung
von $\vec{n}$ oder in Richtung von $-\vec{n}$ ausgerichtet.**

**D.h. zu jeder Richtung in $\mathbb{R}^3$ gibt es einen
Zustand**

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

**Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathcal{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,**

so kann es 2 mögliche Ergebnisse geben

$$\sigma_{\vec{n}} = \pm 1$$

**und nach der Messung ist der Spin in Richtung
von $\vec{n}$ oder in Richtung von $-\vec{n}$ ausgerichtet.**

**D.h. zu jeder Richtung in $\mathbb{R}^3$ gibt es einen
Zustand**

**Alle Richtungen in $\mathbb{R}^3$ können durch 2 Parameter
beschrieben werden: Polar- und Azimuthwinkel**

Quanten-Spin – Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathcal{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,

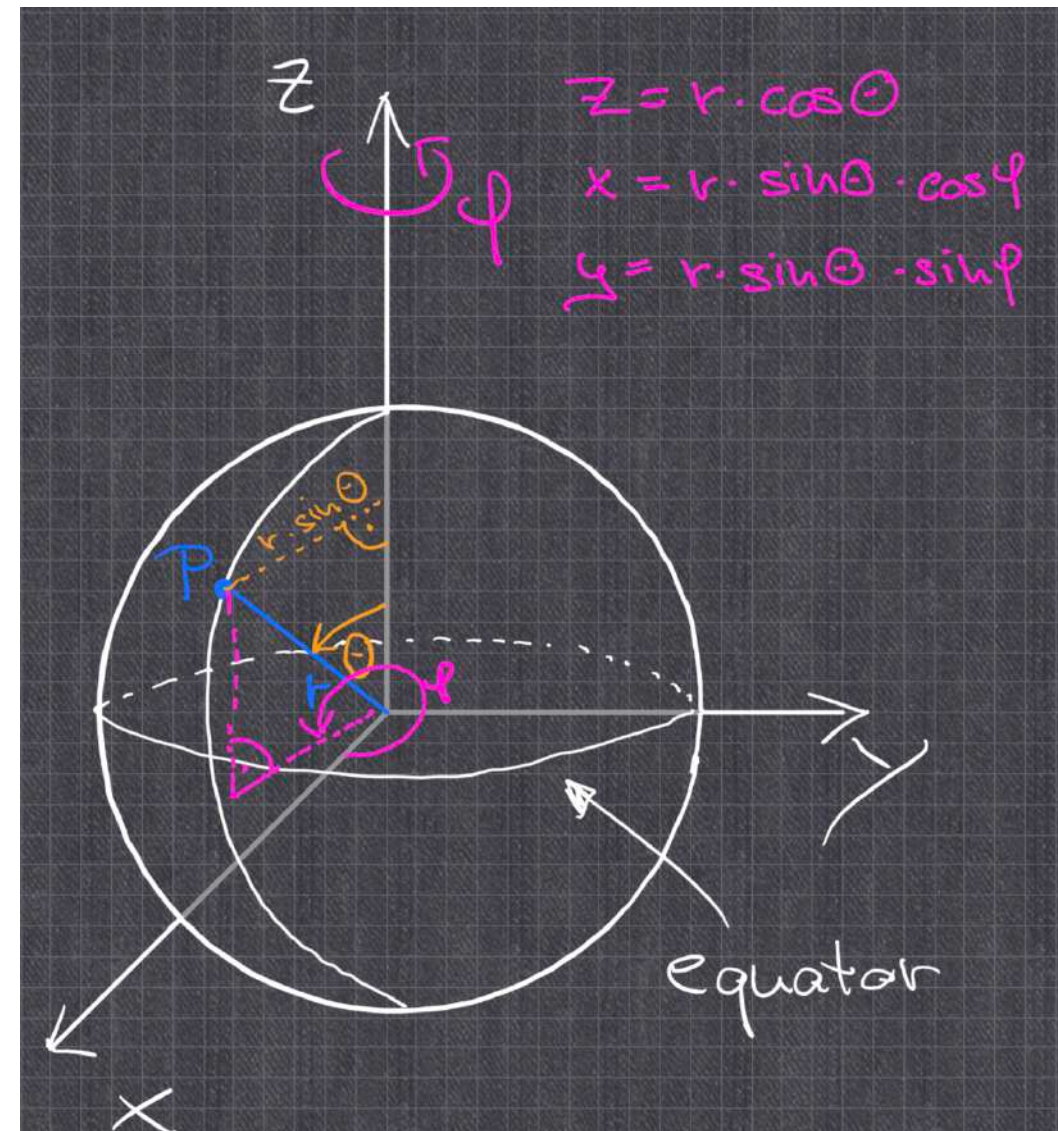
so kann es 2 mögliche Ergebnisse geben

$$\sigma_{\vec{n}} = \pm 1$$

und nach der Messung ist der Spin in Richtung
von $\vec{n}$ oder in Richtung von $-\vec{n}$ ausgerichtet.

D.h. zu jeder Richtung in $\mathbb{R}^3$ gibt es einen
Zustand

Alle Richtungen in $\mathbb{R}^3$ können durch 2 Parameter
beschrieben werden: Polar- und Azimuthwinkel



Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle)$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Schliesslich finden wir für die Zustände $|i\rangle$ und $|o\rangle$

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + i|d\rangle) \text{ und } |o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle)$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Schliesslich finden wir für die Zustände $|i\rangle$ und $|o\rangle$

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + i|d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ und } |o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - i|d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

Quanten-Spin – Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - |d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Schliesslich finden wir für die Zustände $|i\rangle$ und $|o\rangle$

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle + i|d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ und } |o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\rangle - i|d\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\hat{M} : V \rightarrow V;$$

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\hat{M} : V \rightarrow V; |A\rangle \mapsto |B\rangle = \hat{M}|A\rangle$$

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\hat{M} : V \rightarrow V; |A\rangle \mapsto |B\rangle = \hat{M}|A\rangle$$

So dass gilt

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\hat{M} : V \rightarrow V; |A\rangle \mapsto |B\rangle = \hat{M}|A\rangle$$

So dass gilt

$$\text{i) } \hat{M}(|A_1\rangle + |A_2\rangle) = \hat{M}|A_1\rangle + \hat{M}|A_2\rangle \quad \forall |A_1\rangle, |A_2\rangle \in V$$

Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben **Zustände** als **Vektoren** (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:

Observablen werden durch **lineare Abbildungen/Operatoren** dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V , auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\hat{M} : V \rightarrow V; |A\rangle \mapsto |B\rangle = \hat{M}|A\rangle$$

So dass gilt

- i) $\hat{M}(|A_1\rangle + |A_2\rangle) = \hat{M}|A_1\rangle + \hat{M}|A_2\rangle \quad \forall |A_1\rangle, |A_2\rangle \in V$
- ii) $\hat{M}(\lambda |A\rangle) = \lambda \hat{M}|A\rangle \quad \forall |A\rangle \in V, \lambda \in \mathbb{C}$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M} |A\rangle$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M} |A\rangle$

$$\sum_i \beta_i |i\rangle = \hat{M} \sum_i \alpha_i |i\rangle$$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M} |A\rangle$

$$\sum_i \beta_i |i\rangle = \hat{M} \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_i \alpha_i \hat{M} |i\rangle$$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M} |A\rangle$

$$\sum_i \beta_i |i\rangle = \hat{M} \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_i \alpha_i (\hat{M} |i\rangle)$$

Multipliziere von rechts mit $\langle k |$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M} |A\rangle$

$$\sum_i \beta_i |i\rangle = \hat{M} \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_i \alpha_i (\hat{M} |i\rangle)$$

Multipliziere von rechts mit $\langle k |$

$$\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle = \sum_i \alpha_i \langle k | \hat{M} | i \rangle$$

Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt

werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M} |A\rangle$

$$\sum_i \beta_i |i\rangle = \hat{M} \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_i \alpha_i (\hat{M} |i\rangle)$$

Multipliziere von rechts mit $\langle k |$

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=: m_{ki}}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=: m_{ki}}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Die Gleichung $\beta_k = \sum_i \alpha_i m_{ki}$

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Die Gleichung $\beta_k = \sum_i \alpha_i m_{ki}$

Lautet in Matrixschreibweise

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Die Gleichung $\beta_k = \sum_i \alpha_i m_{ki}$

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Die Gleichung $\beta_k = \sum_i \alpha_i m_{ki}$

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \hat{M} \vec{\alpha}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Die Gleichung $\beta_k = \sum_i \alpha_i m_{ki}$

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \hat{M} \vec{\alpha}$$

Komponenten ausschreiben

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = (\dots, \dots, \dots)$$

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix}, \dots, \dots \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ b_{32} \end{pmatrix}, \dots \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ b_{32} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \\ b_{33} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ b_{32} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \\ b_{33} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Test

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} = ?$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Va

Wir haben nun hergeleitet:

Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Mathematik: Lineare Abbildungen Va

Wir haben nun hergeleitet:

Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

Mathematik: Lineare Abbildungen Va

Wir haben nun hergeleitet:

Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

In $\mathbb{R}^2$ kann man sich die Wirkung von Matrizen anschaulich vorstellen

Mathematik: Lineare Abbildungen Va

Wir haben nun hergeleitet:

Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

In $\mathbb{R}^2$ kann man sich die Wirkung von Matrizen anschaulich vorstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Va

Wir haben nun hergeleitet:

Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

In $\mathbb{R}^2$ kann man sich die Wirkung von Matrizen anschaulich vorstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Va

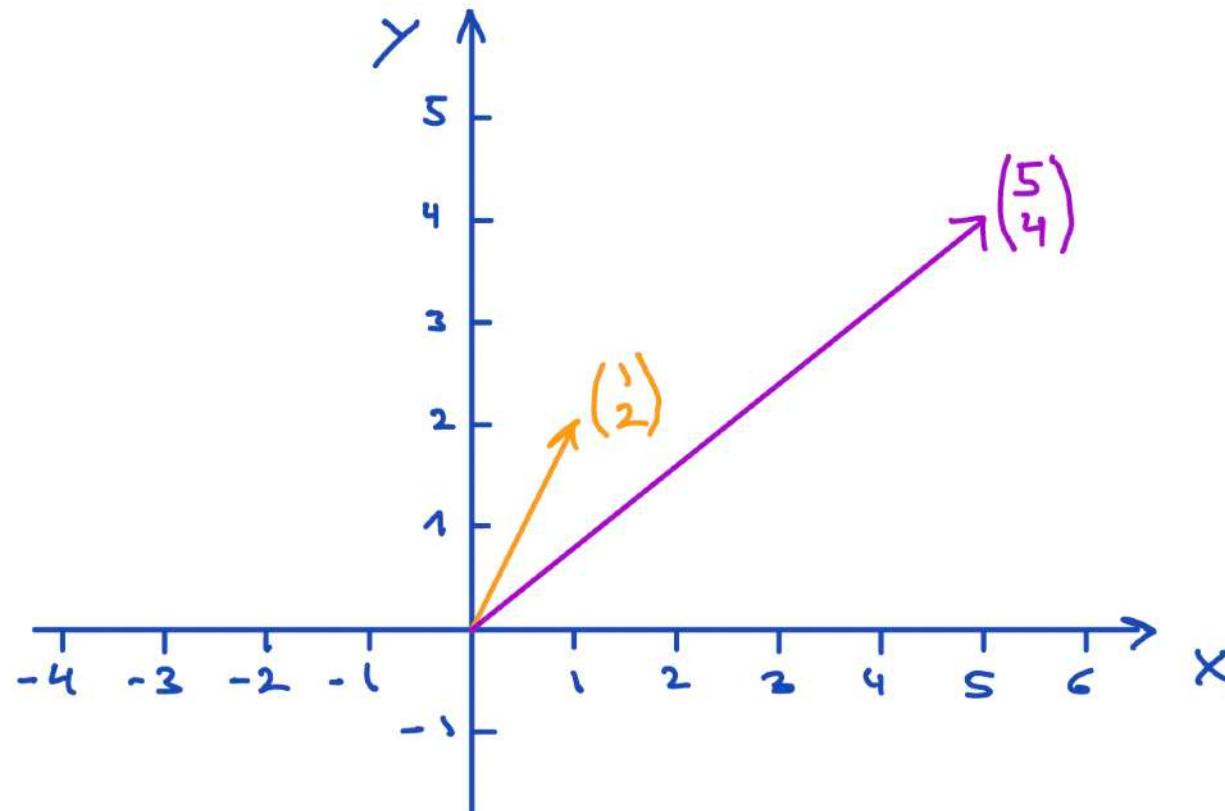
Wir haben nun hergeleitet:

Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

In $\mathbb{R}^2$ kann man sich die Wirkung von Matrizen anschaulich vorstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$



Mathematik: Lineare Abbildungen Va

Wir haben nun hergeleitet:

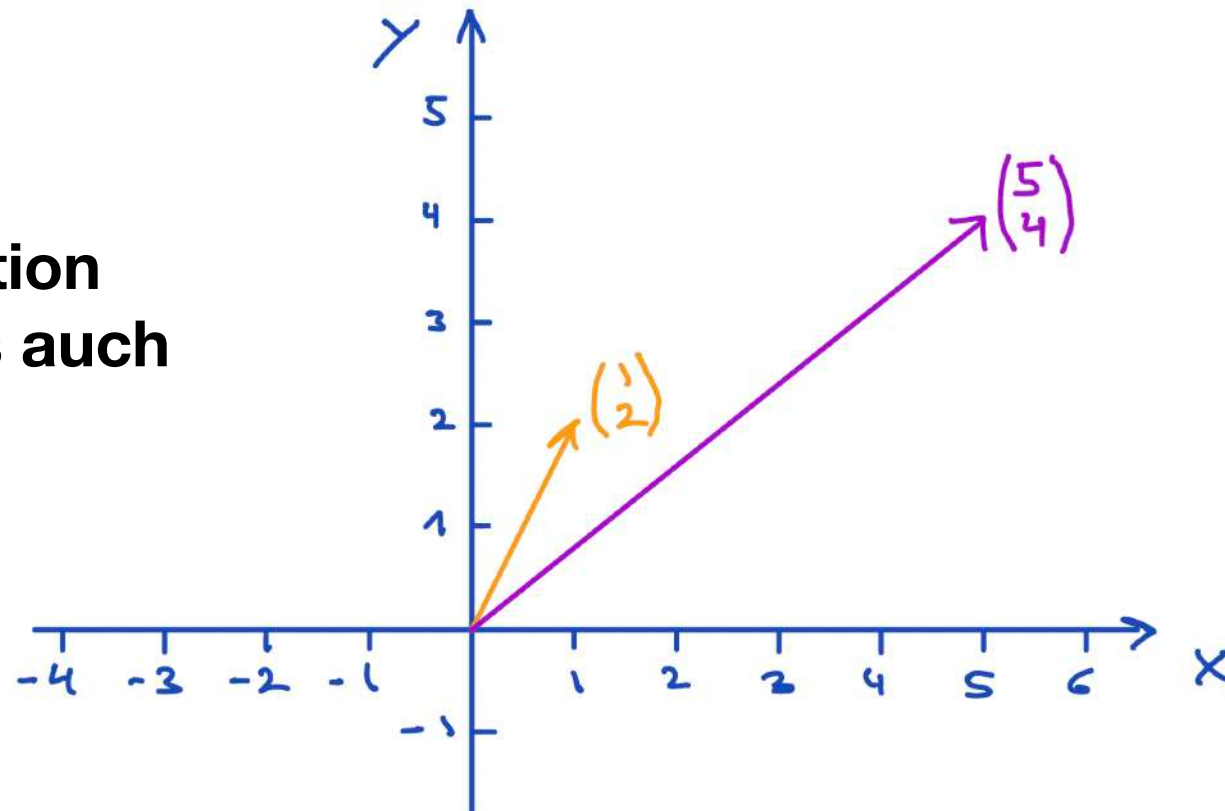
Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

In $\mathbb{R}^2$ kann man sich die Wirkung von Matrizen anschaulich vorstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

**Im Allgemeinen ändert
eine Matrizenmultiplikation
sowohl die Richtung als auch
den Betrag des Vektors**



Mathematik: Lineare Abbildungen Vb

Betrachten wir nun

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Vb

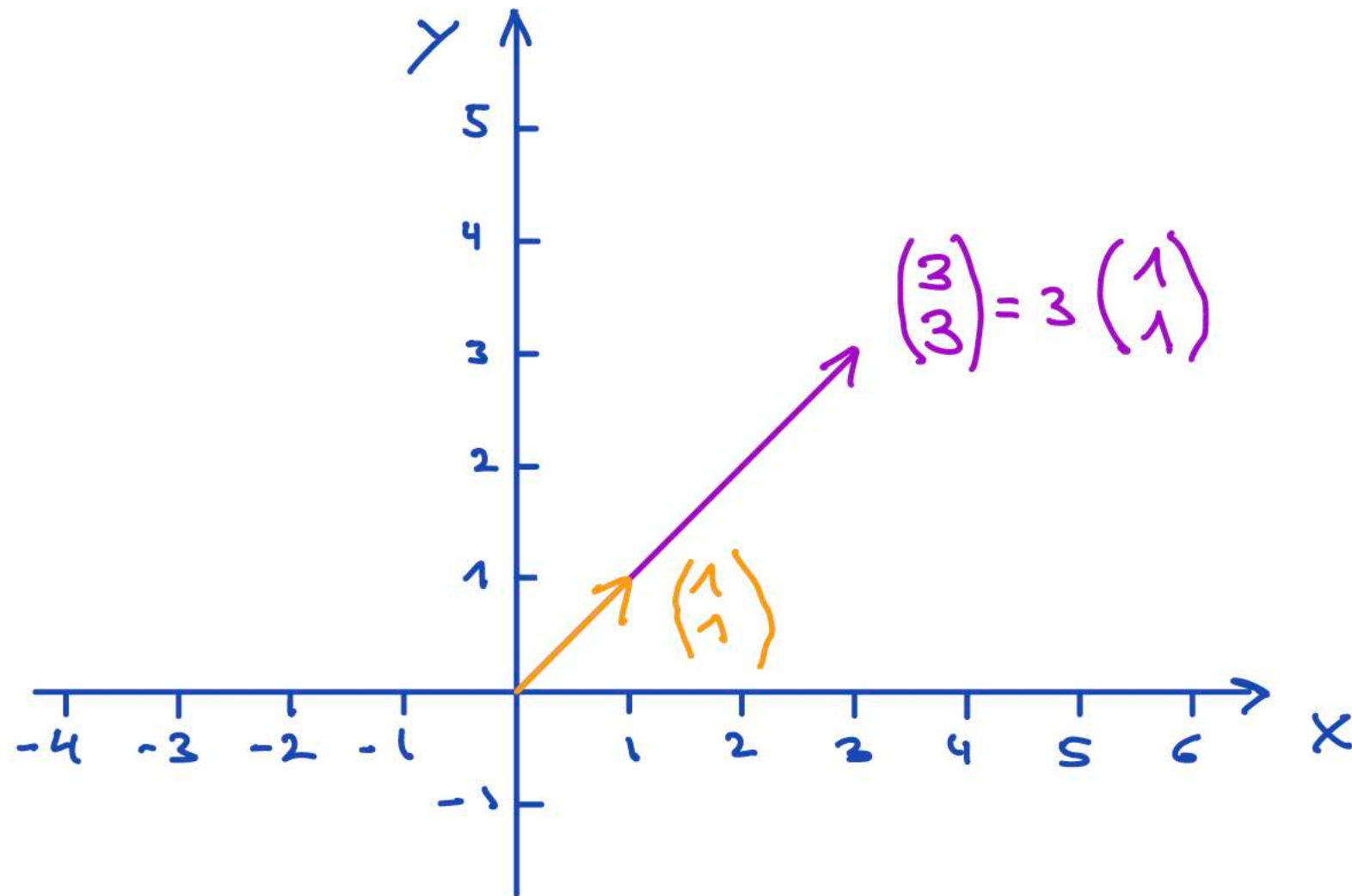
Betrachten wir nun

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Vb

Betrachten wir nun

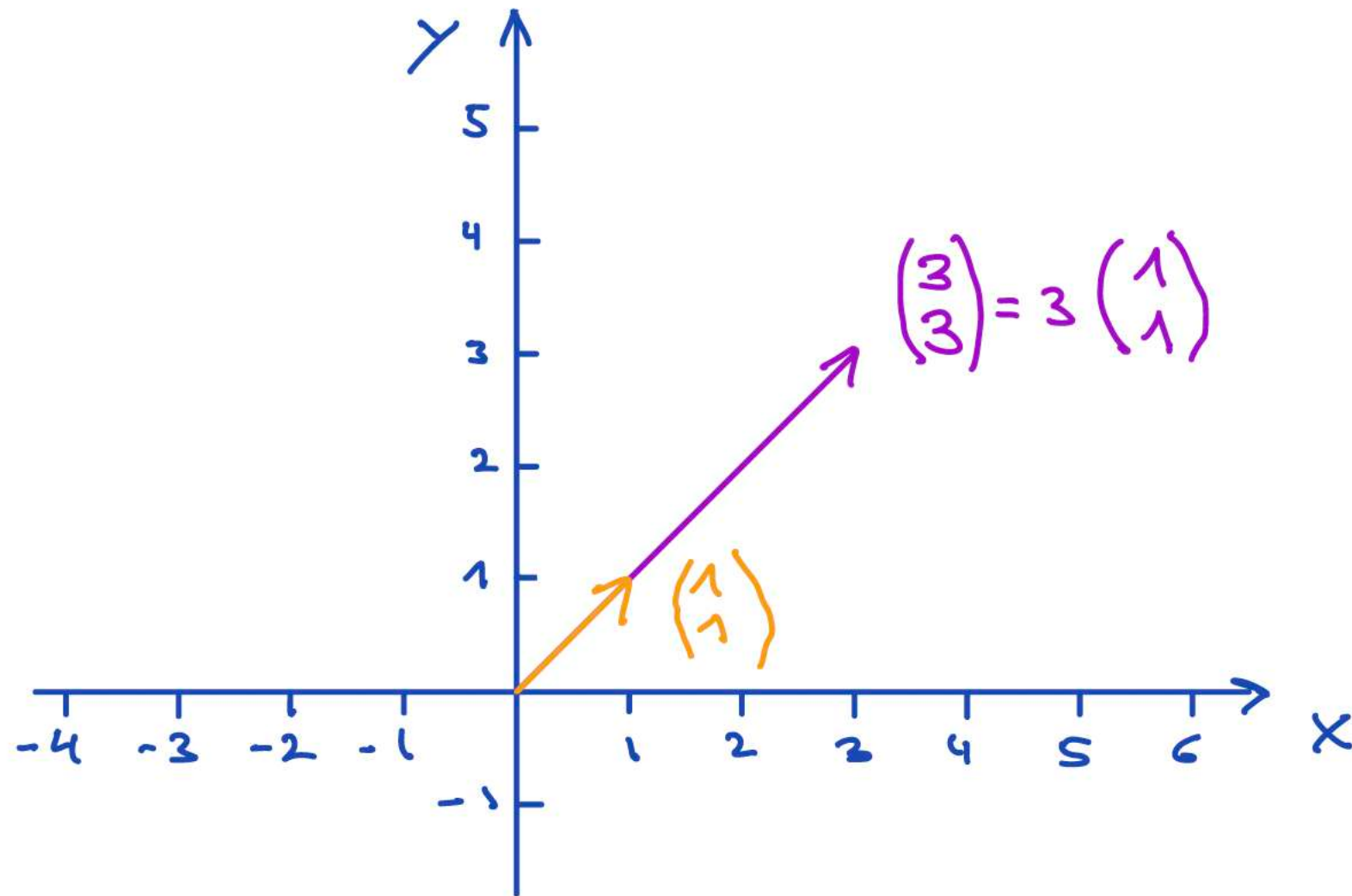
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Mathematik: Lineare Abbildungen Vb

Betrachten wir nun

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Hier wird nur die Länge geändert

Mathematik: Lineare Abbildungen Vc

Oder

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Vc

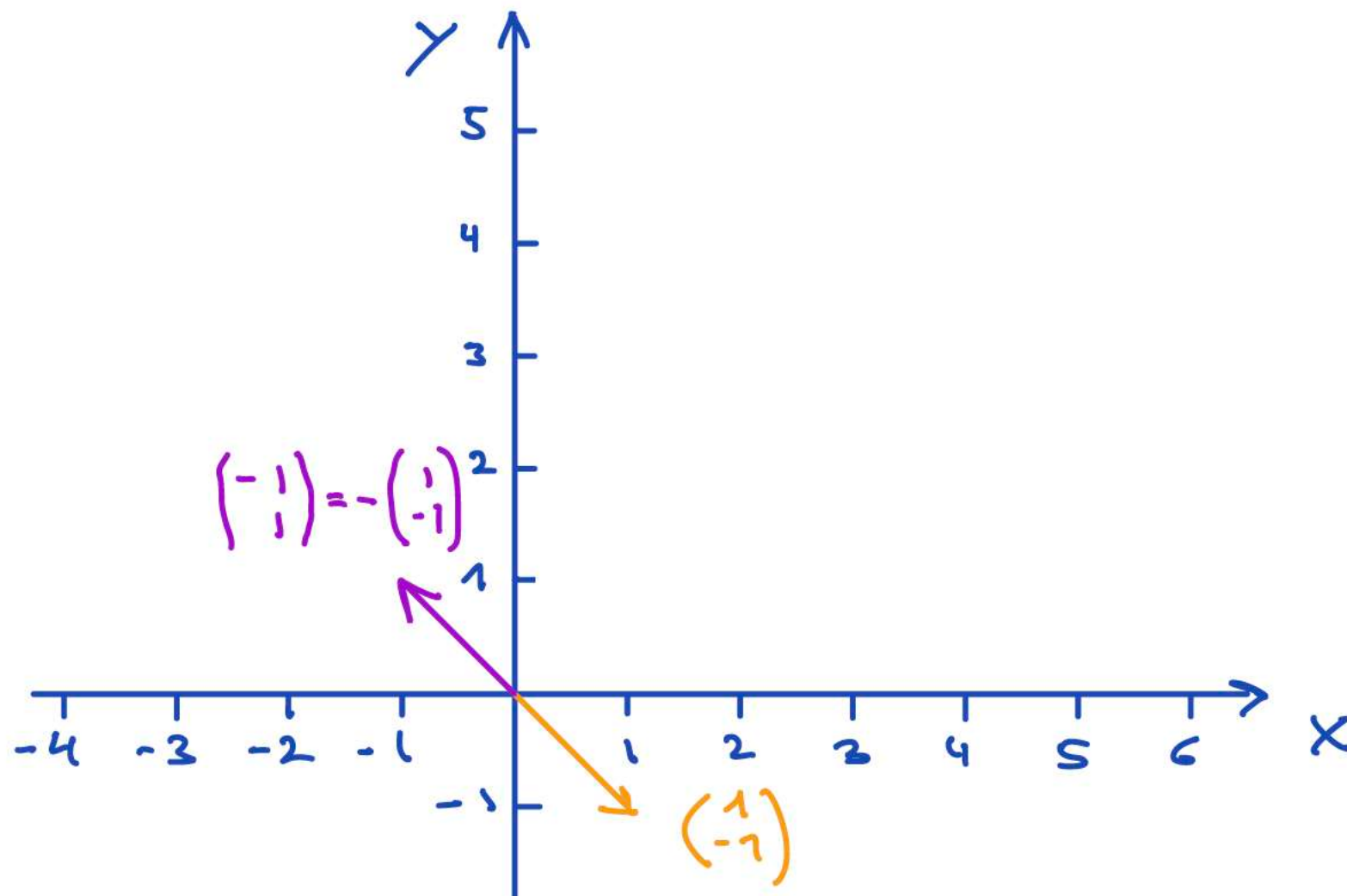
Oder

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen Vc

Oder

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M}|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$$

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M}|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M}|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$
 λ heisst **Eigenwert** der Matrix $\hat{M}$

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M}|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$
 λ heisst **Eigenwert** der Matrix $\hat{M}$

Wir werden finden:

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M} |\lambda\rangle = \lambda |\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$
 λ heisst **Eigenwert** der Matrix $\hat{M}$

Wir werden finden:

- 1) **Zustände** sind **Vektoren** in einem **abstrakten Vektorraum**

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M} |\lambda\rangle = \lambda |\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$
 λ heisst **Eigenwert** der Matrix $\hat{M}$

Wir werden finden:

- 1) **Zustände** sind **Vektoren** in einem **abstrakten Vektorraum**
- 2) **Observablen** sind **Operatoren/lineare Abbildungen** in einem abstrakten Vektorraum

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M} |\lambda\rangle = \lambda |\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$
 λ heisst **Eigenwert** der Matrix $\hat{M}$

Wir werden finden:

- 1) **Zustände** sind **Vektoren** in einem **abstrakten Vektorraum**
- 2) **Observablen** sind **Operatoren/lineare Abbildungen** in einem abstrakten Vektorraum
- 3) **Mögliche Messwerte** sind **Eigenwerte** des Operators

Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmultiplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M} |\lambda\rangle = \lambda |\lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle$ heisst **Eigenvektor** der Matrix $\hat{M}$
 λ heisst **Eigenwert** der Matrix $\hat{M}$

Wir werden finden:

- 1) **Zustände** sind **Vektoren** in einem **abstrakten Vektorraum**
- 2) **Observablen** sind **Operatoren/lineare Abbildungen** in einem abstrakten Vektorraum
- 3) **Mögliche Messwerte** sind **Eigenwerte** des Operators
- 4) Nach der Messung geht der allgemeine **Zustand** in den **Eigenvektor** über