Quantum2025

https://www.quantum2025.de

Universität Siegen

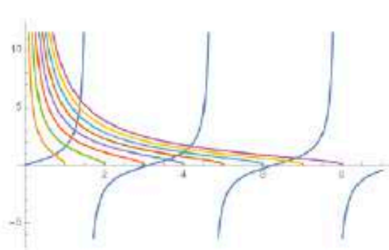
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

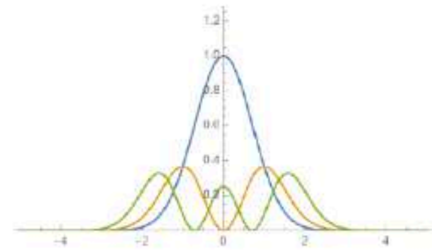
Schrodinger's Katze am Emmy Noether Campus: sie lebt!

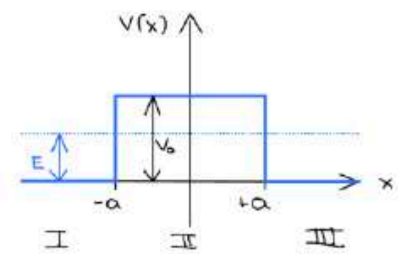
Ankündigung für das Sommersemester 2025

Das theoretische Minimum II

Quantenmechanik - Prof. Dr. Alexander Lenz, 4PHY00011V







Diese Vorlesungsreihe gibt eine Einführung in die Grundprinzipen der theoretischen Physik.

2025 wird weltweit das 100 jährige Jubiläum der Entdeckung der Quantenmechanik gefeiert. Ursprünglich war dies über viele Jahrzehnte lang reinste Grundlagenforschung ohne jegliche Hinweise auf potentielle Anwendungen. 100 Jahre später finden wir, dass ein Großteil der technologischen Errungenschaften der Menschheit im letzten Jahrhundert auf der Quantenmechanik basiert - zuletzt gipfelte dies in den ersten Quantencomputern.

Im Sommersemester 2025 beschäftigen wir uns daher mit einer Einführung in die Grundprinzipien der Quantenmechanik:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{x}, t) = \left[\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right] \Psi(\vec{x}, t)$$

Die Vorlesung richtet sich an Mittwochsakademiker, Oberstufenschülerinnen und -schüler, Lehrkräfte und Physikenthusiasten mit einem großen Interesse an aktuellen Themen der Physik. Es werden mathematische Konzepte (auf dem Niveau der gymnasialen Oberstufe) eingeführt und benutzt. Die Vorlesung ist an die erfolgreiche Vorlesungs- und Buchreihe "**The theoretical Minimum**" von Leonard Susskind angelehnt, welche auf dieselbe Zielgruppe ausgerichtet war. Vom Niveau her wird sich die Veranstaltung auf dem schmalen Grat zwischen einer rein populärwissenschaftlichen Bildershow und einer theoretischen Physikvorlesung im Bachelorstudium bewegen.

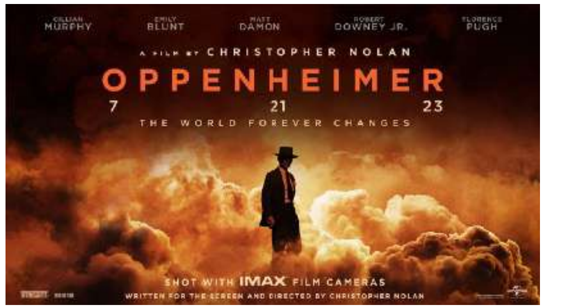
11 Termine im Sommersemester 25:
7.5., 14.5., 21.5., 28.5., 4.6., 11.6., 18.6., 25.6., 2.7., 9.7., 16.7.
Mittwochs 16-18
Emmy Noether Campus ENC-D-114
Infos unter: alexander.lenz@uni-siegen.de
https://tp1.physik.uni-siegen.de/mittwochsakademie/

SUBATOMIC HEROES

Termine:

7.5:
14.5:
21.5:
28.5: - - -
4.6:
11.6:
18.6:
25.6: Prof. Tao Han
2.7:
9.7:
+ Oppenheimer
16.7:

Prof. Dr. Tao Han forscht mit Unterstützung der Humboldt-Stiftung an der Uni Siegen.

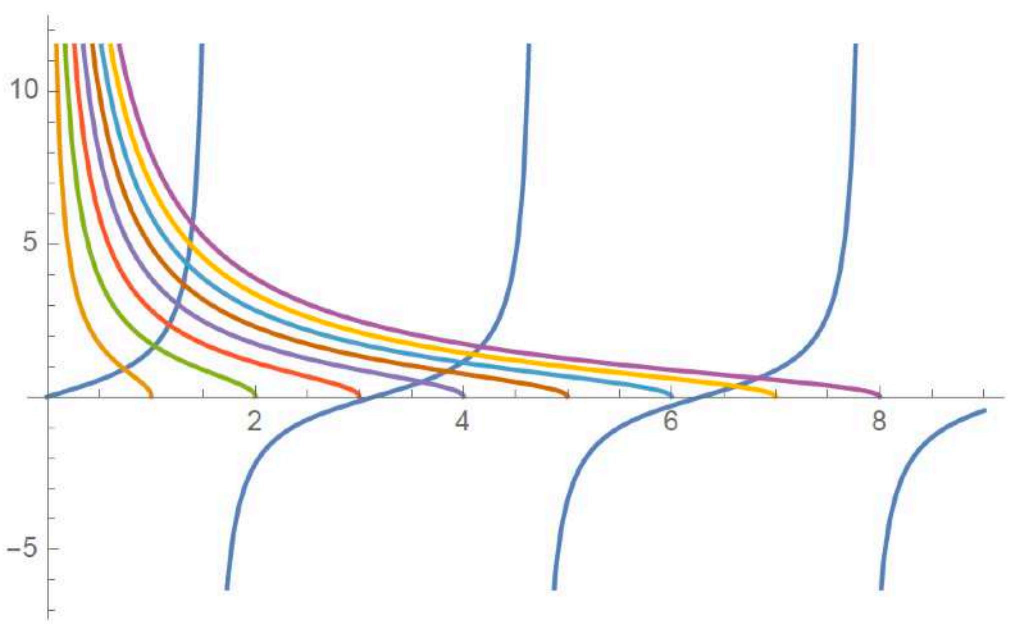


Vorlesung: Das theoretis

Mittwochsakade

Ablauf

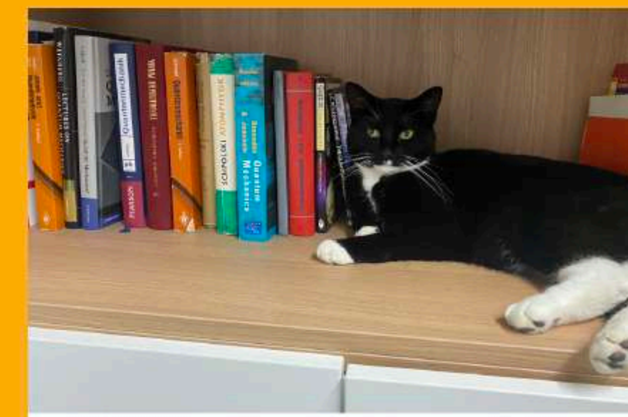
7.5.: Einführung
14.5.: Zustände, Vektorräume
21.5.: Grundprinzipien der QM
28.5.: -
4.6.: Zeitentwicklung
11.6.: Unschärferelation
18.6.: Verschränkung
25.6.: **Festkolloquium: Prof. Tao Han**
2.7.: Teilchen und Wellen
9.7.: Dynamik **+ Film: Oppenheimer**
16.7.: Harmonischer Oszillator



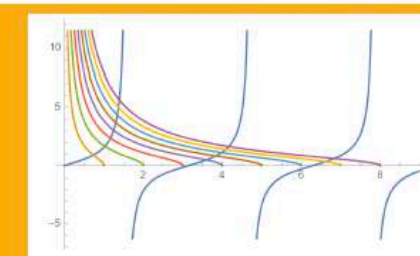
Streuung an Kastenpotential

100 Jahre Quantentheorie
ENC Sommerfest Mi. 25.6.2025, 17:00 Uhr

2025 marks 100 years since the birth of quantum mechanics — a scientific revolution that reshaped our understanding of nature at its most fundamental level.
We will trace its origins from pioneering work of Heisenberg, Schrödinger, and Dirac to its modern formulation in quantum field theory — the language of particle physics and the Standard Model, and the transformative technologies powering the modern world, from semiconductors and lasers to quantum computing.
Alongside the historical journey, we will explore key concepts in quantum mechanics and quantum fields, the philosophical questions they pose, and how ongoing research continues to push the boundaries of what we know.



Schrödinger's Katze am Emmy Noether Campus: sie lebt!



17:00 Vortrag: Prof. Dr. Tao Han **Centennial Celebration: Quantum mechanics, Quantum field theory and More**

18:00 **ENC Sommerfest: Für Musik, Getränke und Essen ist gesorgt!**

Tao Han is Distinguished Professor at the University of Pittsburgh, and the founding Director of the Pittsburgh Particle Physics, Astrophysics and Cosmology Center. He received his PhD from the University of Wisconsin-Madison in 1990. He was a Research Associate at Fermilab and a National SSC Fellow. He was appointed an Assistant and later Associate Professor at UC Davis in 1993. He returned to UW Madison to be promoted to Full Professor, and served as Co-Director for the "Phenomenology Institute" until 2011, when he relocated to Pittsburgh.
Tao Han's research has focused on new physics exploration at colliders, phenomenological formulation of theoretical models. He contributed to Higgs physics and other new physics searches at the CERN Large Hadron Collider. He has been involved in exploring physics potentials for various future high-energy colliders, such as the International Linear Collider (ILC), the Future Circular Collider (Fcc), and the muon collider.
Tao Han was elected a Fellow of APS in 2003 and a Fellow of AAAS in 2019. Among other prizes he won an Alexander von Humboldt Research Award in 2024.

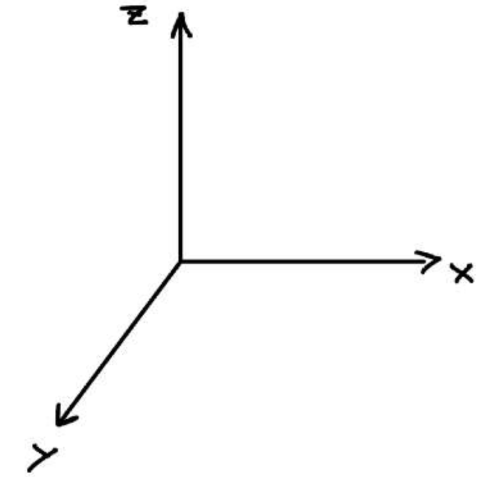
He was 2021 Chair of APS Division of Particles and Fields, Chair for the 2020 APS April Meeting, and on the Chair-line and Steering Committee for the US particle physics Community Planning Exercise of Snowmass 2021.

Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät

Emmy Noether Campus
Hörsaal ENC-D114
Walter Flex Str. 3
57072 Siegen

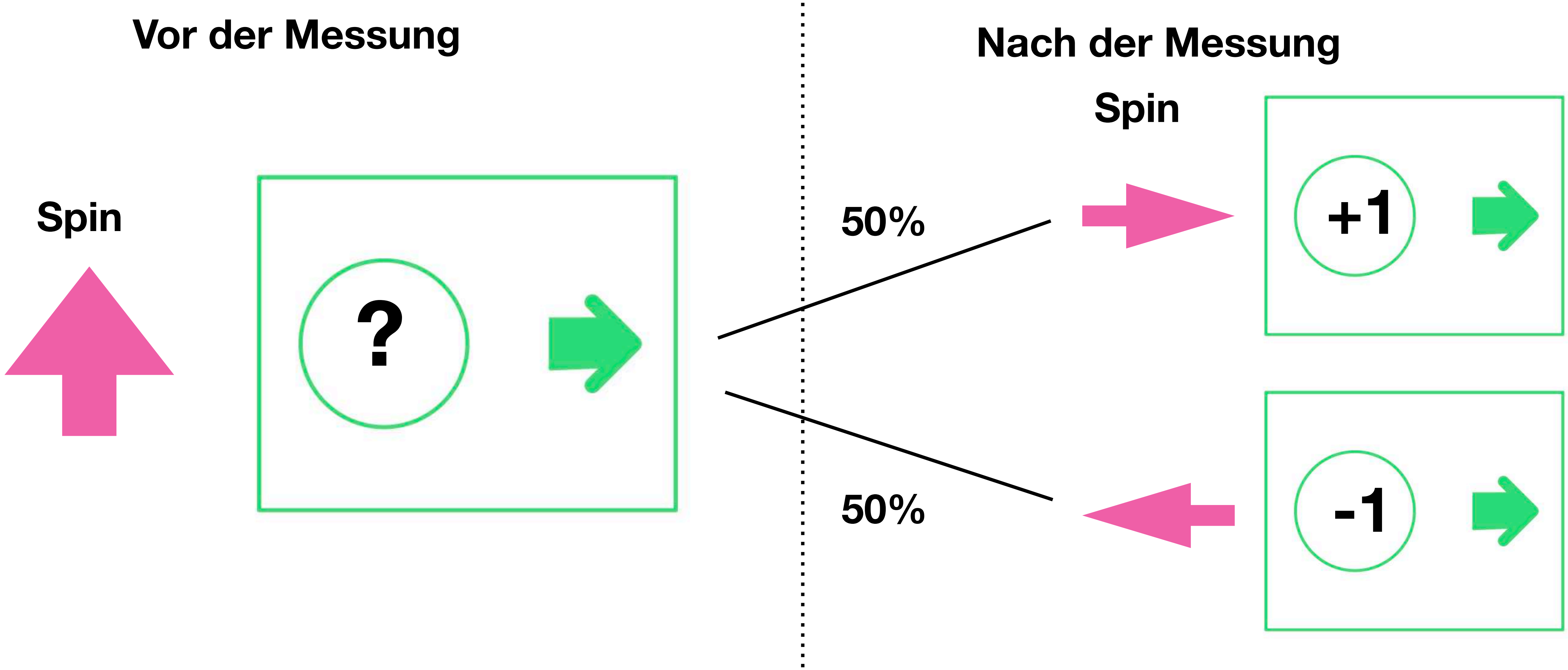
Universität Siegen

Wdh.: 1 Quanten Bit



Beispiele für Messergebnisse:

Messung =
Wechselwirkung
von $\mathscr{A}$ mit Spin



Dieses Ergebnis ist keine logische/offensichtliche Konsequenz
sondern eine experimentelle Tatsache,
die nun verstanden/interpretiert werden muss

Wdh.: Vektorräume - Allgemein

Diese anschauliche Konzept vom 2 dimensionalen Raum, kann auf 3 oder n Dimensionen erweitert werden und auch vollkommen abstrahiert werden!

Ein K-Vektorraum V ist eine Menge von Elementen $\{\vec{v}\}$ oder $\{\,|\alpha\rangle\}$ für die gilt:

1. **Es gibt eine Addition in V mit:**
   $\vec{v}, \vec{u} \in V \Rightarrow \vec{v} + \vec{u} \in V$ **oder** $|\alpha\rangle, |\beta\rangle \in V \Rightarrow |\alpha\rangle + |\beta\rangle \in V$
   kommutativ $\vec{v} + \vec{u} = \vec{u} + \vec{v}$ **oder** $|\alpha\rangle + |\beta\rangle = |\beta\rangle + |\alpha\rangle$
   Nullelement $\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$ **oder** $|\alpha\rangle + |0\rangle = |\beta\rangle$
   Inverses $\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$ **oder** $|\alpha\rangle + (-|\alpha\rangle) = |0\rangle$
   assoziativ $\vec{w} + (\vec{v} + \vec{u}) = (\vec{w} + \vec{v}) + \vec{u}$ **oder** $|\alpha\rangle + (|\beta\rangle + |\gamma\rangle) = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) + |\gamma\rangle$

2. **Es gibt eine skalare Multiplikation mit Elementen aus $K = \mathbb{R}$ oder $K = \mathbb{C}$**
   $\vec{v} \in V, \lambda \in K \Rightarrow \lambda\vec{v} \in V$ **oder** $|\alpha\rangle \in V, \lambda \in K \Rightarrow \lambda|\alpha\rangle \in V$
   Linear 1: $(\lambda + \mu)\vec{v} = \lambda\vec{v} + \mu\vec{v}$ **oder** $(\lambda + \mu)|\alpha\rangle = \lambda|\alpha\rangle + \mu|\alpha\rangle$
   Linear 2: $\lambda(\vec{v} + \vec{u}) = \lambda\vec{v} + \lambda\vec{u}$ **oder** $\lambda(|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = \lambda|\alpha\rangle + \lambda|\beta\rangle$
   $\lambda(\mu)\vec{v}) = (\lambda\mu)\vec{v}$ **oder** $\lambda(\mu)|\alpha\rangle) = (\lambda\mu)|\alpha\rangle$
   $1\vec{v} = \vec{v}$ **oder** $1|\alpha\rangle) = |\alpha\rangle$

Wdh.: Vektorräume - Allgemein

Eine Menge V, die die vorherigen Eigenschaften besitzt, heisst ein K-Vektorraum V:

Beispiele:

1. $\mathbb{R}^2$: 2-dimensionaler Raum, $\mathbb{R}^3$: 3-dimensionaler Raum, $\mathbb{R}^n$: n-dimensionaler Raum
2. $\mathbb{L}$: Raum aller Funktionen
3. ....

Alle Erkenntnisse aus den einfachen Vektorräumen, können übernommen werden!

Es gibt eine Basis: $\{\overrightarrow{b_1}, \overrightarrow{b_2}, \ldots, \overrightarrow{b_n}, \ldots\}$ und jeder Vektor $\vec{v}$ aus dem Vektorraum kann durch diese Basis dargestellt werden $\vec{v} = \sum_i c_i \overrightarrow{b_i}$

Es kann ein Skalarprodukt (inneres Produkt) definiert werden:

$$V \times V \to K, \qquad |\alpha\rangle, |\beta\rangle \mapsto \langle\alpha|\beta\rangle$$

$$\langle\alpha|\beta_1 + \beta_2\rangle = \langle\alpha|\beta_1\rangle + \langle\alpha|\beta_2\rangle \quad \textbf{Linearität (Teil 1)}$$

$$\langle\alpha|\lambda\beta\rangle = \lambda\langle\alpha|\beta\rangle \quad \textbf{Linearität (Teil 2)}$$

$$\langle\alpha|\beta\rangle = \langle\beta|\alpha\rangle^* \quad \textbf{Symmetrie}$$

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Ein allgemeiner Zustand $|A\rangle$ **wird durch 2 komplexe Zahlen** α_u **und** α_d **beschrieben**
$|A\rangle = \alpha_u|u\rangle + \alpha_d|d\rangle$ **-> dies sind 4 reelle Parameter**

- **Die Normierung** $\langle A|A\rangle = \alpha_u^*\alpha_u + \alpha_d^*\alpha_d = 1$ **reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**
- **Die Freiheit den Zustand mit einer komplexen Phase** $e^{i\theta}$ **zu multiplizieren reduziert die Anzahl der freien Parameter um 1**

$\Rightarrow$**Es bleiben 2 freie Parameter**

Wdh.: Quanten-Spin — Zustände VIII

Zahl der Parameter

Wie viele freie Parameter gibt es bei einem Spin-System?

Wir stellen uns eine beliebige Achse $\vec{n}$ im 3-dimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ vor
Richten wir den Messapparat $\mathscr{A}$ in die Richtung von $\vec{n}$ aus,

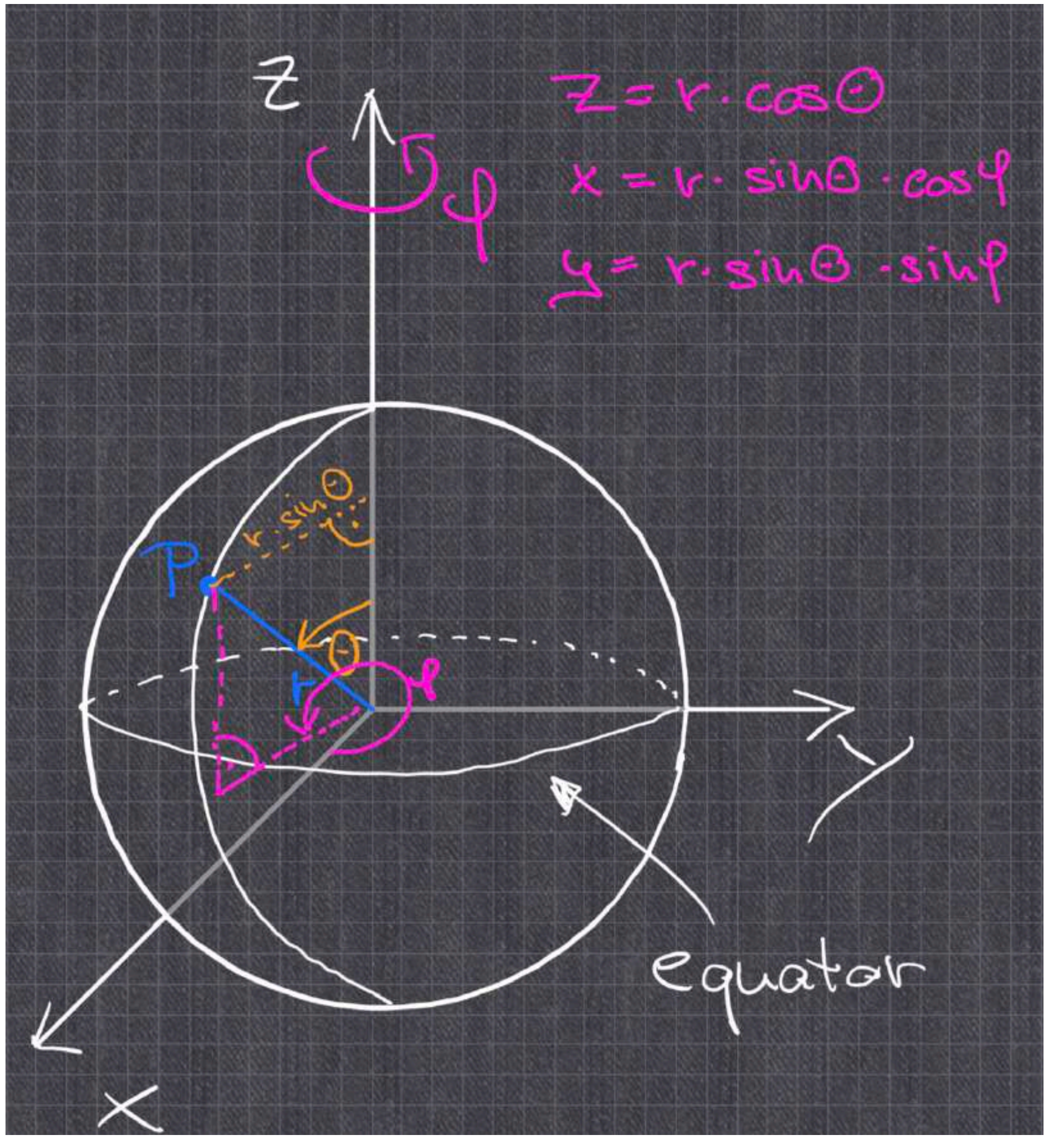
so kann es 2 mögliche Ergebnisse geben

$$\sigma_{\vec{n}} = \pm 1$$

und nach der Messung ist der Spin in Richtung von $\vec{n}$ oder in Richtung von $-\vec{n}$ ausgerichtet.

D.h. zu jeder Richtung in $\mathbb{R}^3$ gibt es einen Zustand

Alle Richtungen in $\mathbb{R}^3$ können durch 2 Parameter beschrieben werden: Polar- und Azimuthwinkel



Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen I

Wir haben Zustände als Vektoren (=Elemente eines Vektorraumes) kennengelernt

Wir werden sehen:
Observablen werden durch lineare Abbildungen/Operatoren dieses Vektorraumes dargestellt

Ein linearer Operator $\hat{M}$ bildet ein Element $|A\rangle$ des Vektorraums V, auf ein anderes Element $|B\rangle$ des Vektorraums V ab: $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\hat{M} : V \to V; \;\; |A\rangle \mapsto |B\rangle = \hat{M}|A\rangle$$

So dass gilt

i) $\hat{M}(|A_1\rangle + |A_2\rangle) = \hat{M}|A_1\rangle + \hat{M}(|A_2\rangle \qquad \forall \; |A_1\rangle, |A_2\rangle \in V$

ii) $\hat{M}(\lambda|A\rangle) = \lambda\hat{M}|A\rangle \qquad \forall \; |A\rangle \in V, \lambda \in \mathbb{C}$

Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen II

Betrachte eine orthonormale Basis $|j\rangle$ des Vektorraums V

D.h. jedes Element $|A\rangle$ des Vektorraums kann eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|A\rangle = \sum_i \alpha_i |i\rangle$

Ebenso kann das Element $|B\rangle$ des Vektorraums eindeutig in dieser Basis dargestellt werden $|B\rangle = \sum_i \beta_i |i\rangle$

Damit folgt $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$

$$\sum_i \beta_i |i\rangle = \hat{M} \sum_i \alpha_i |i\rangle = \sum_i \alpha_i (\hat{M}|i\rangle)$$

Mulitpliziere von rechts mit $\langle k|$

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k|i\rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k|\hat{M}|i\rangle}_{=:m_{ki}}$$

Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen III

$$\underbrace{\sum_i \beta_i \langle k | i \rangle}_{=\beta_k} = \sum_i \alpha_i \underbrace{\langle k | \hat{M} | i \rangle}_{=:m_{ki}}$$

Die m_{ki} heissen Matrixelemente -

man sortiert die Elemente oft zur einer Matrix $\hat{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$

Die Gleichung $\beta_k = \sum_i \alpha_i m_{ki}$

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{\beta} = \hat{M} \vec{\alpha}$$

Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen IV

Matrizenmultiplikation

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$$

Matrix mal Matrix

Lautet in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \left(\hat{A} \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ b_{32} \end{pmatrix}, \hat{A} \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \\ b_{33} \end{pmatrix} \right)$$

Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen Va

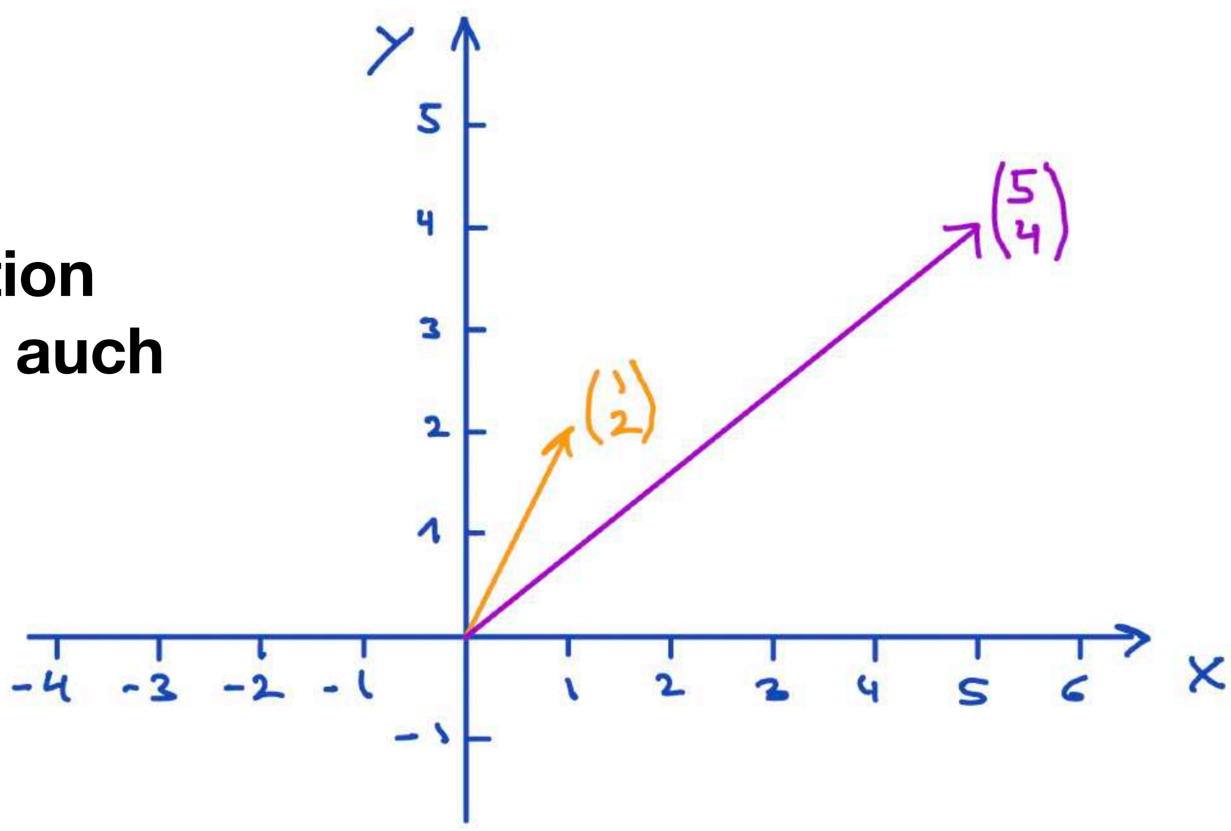
Wir haben nun hergeleitet:
Lineare Abbildungen in Vektorräumen können als Matrizen dargestellt werden

Die gilt für beliebige abstrakte Vektorräume, aber auch für die vertrauten $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

In $\mathbb{R}^2$ kann man sich die Wirkung von Matrizen anschaulich vorstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

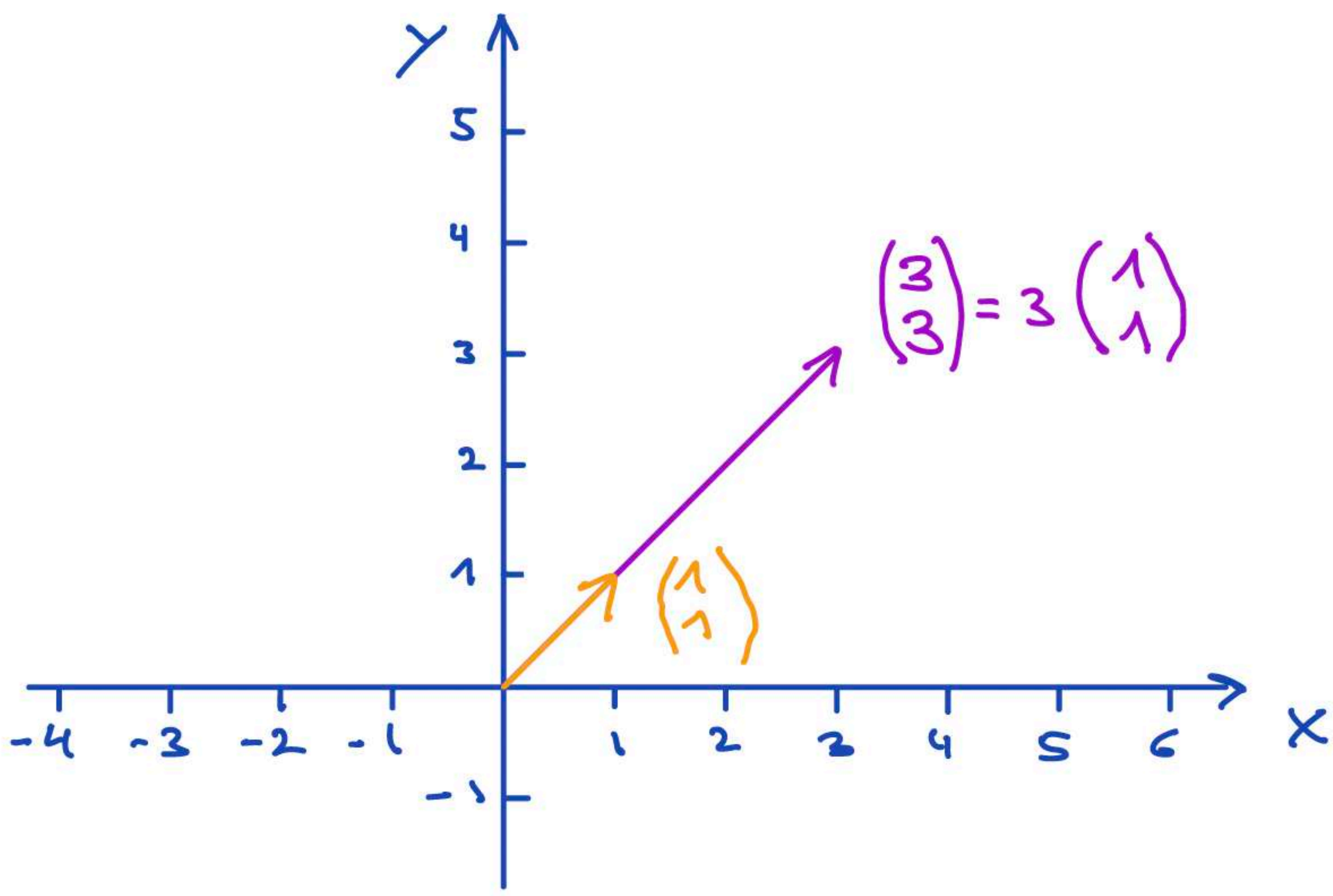
Im Allgemeinen ändert eine Matrizenmultiplikation sowohl die Richtung als auch den Betrag des Vektors



Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen Vb

Betrachten wir nun

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

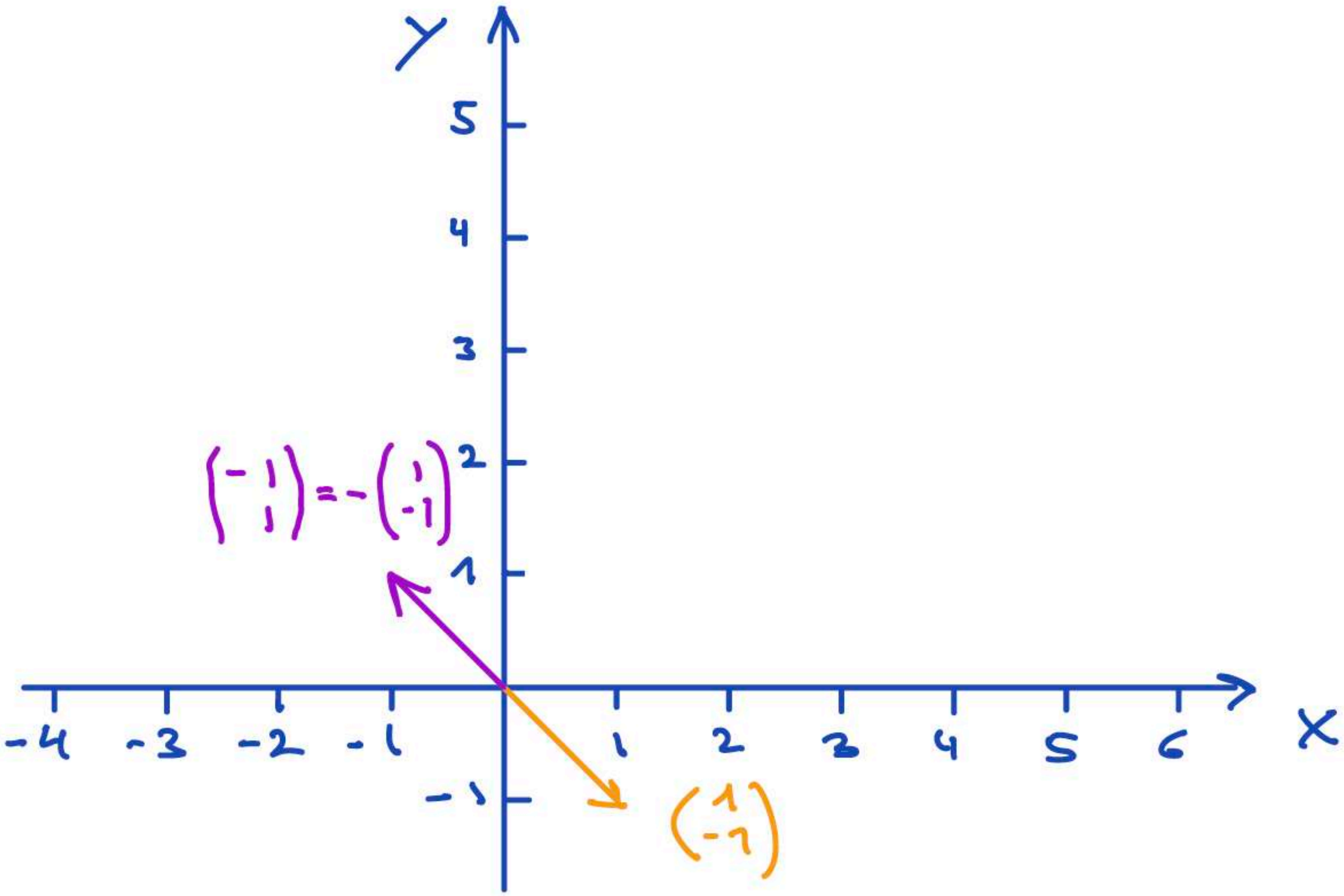


Hier wird nur die Länge geändert

Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen Vc

Oder

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Wdh.: Mathematik: Lineare Abbildungen VI

Ändert die Matrixmulitplikation die Richtung des Vektors nicht, dann gilt

$$\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$$

$|\,\lambda\rangle$ **heisst Eigenvektor der Matrix** $\hat{M}$

λ **heisst Eigenwert der Matrix** $\hat{M}$

Wir werden finden:

1) **Zustände sind Vektoren in einem abstrakten Vektorrraum**
2) **Observablen sind Operatoren/lineare Abbildungen in einem abstrakten Vektorrraum**
3) **Mögliche Messwerte sind Eigenwerte des Operators**
4) **Nach der Messung geht der allgemeine Zustand in den Eigenvektor über**

Mathematatik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\overrightarrow{\alpha}$

Mathematatik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\,\overrightarrow{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\,\overrightarrow{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}\alpha_1 + m_{12}\alpha_2 \\ m_{21}\alpha_1 + m_{22}\alpha_2 \end{pmatrix}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\overrightarrow{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}\alpha_1 + m_{12}\alpha_2 \\ m_{21}\alpha_1 + m_{22}\alpha_2 \end{pmatrix}$$

Indem man einen Vektor transponiert und komplex konjugiert, geht man in den Dualraum über

Mathematatik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\,\overrightarrow{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}\alpha_1 + m_{12}\alpha_2 \\ m_{21}\alpha_1 + m_{22}\alpha_2 \end{pmatrix}$$

Indem man einen Vektor transponiert und komplex konjugiert, geht man in den Dualraum über

$$\begin{pmatrix} \beta_1^*\,, & \beta_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}^*\alpha_1^* + m_{12}^*\alpha_2^*\,, & m_{21}^*\alpha_1^* + m_{22}^*\alpha_2^* \end{pmatrix}$$

Mathematatik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\,\overrightarrow{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}\alpha_1 + m_{12}\alpha_2 \\ m_{21}\alpha_1 + m_{22}\alpha_2 \end{pmatrix}$$

Indem man einen Vektor transponiert und komplex konjugiert, geht man in den Dualraum über

$$\begin{aligned} \left(\beta_1^*\,, \quad \beta_2^*\right) &= \left(m_{11}^*\alpha_1^* + m_{12}^*\alpha_2^*\,, \quad m_{21}^*\alpha_1^* + m_{22}^*\alpha_2^*\right) \\ &= \left(\alpha_1^*\,, \quad \alpha_2^*\right) \begin{pmatrix} m_{11}^* & m_{21}^* \\ m_{12}^* & m_{22}^* \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\,\vec{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11}\alpha_1 + m_{12}\alpha_2 \\ m_{21}\alpha_1 + m_{22}\alpha_2 \end{pmatrix}$$

Indem man einen Vektor transponiert und komplex konjugiert, geht man in den Dualraum über

$$\begin{aligned} \left(\beta_1^*\,, \quad \beta_2^*\right) &= \left(m_{11}^*\alpha_1^* + m_{12}^*\alpha_2^*\,, \quad m_{21}^*\alpha_1^* + m_{22}^*\alpha_2^*\right) \\ &= \left(\alpha_1^*\,, \quad \alpha_2^*\right) \underbrace{\begin{pmatrix} m_{11}^* & m_{21}^* \\ m_{12}^* & m_{22}^* \end{pmatrix}}_{=\left(\hat{M}^T\right)^*} \end{aligned}$$

Mathematatik: Lineare Abbildungen VII

Betrachte eine lineare Abbildung $\vec{\beta} = \hat{M}\,\vec{\alpha}$

in Komponenten lautet dies

$$\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}m_{11} & m_{12}\\ m_{21} & m_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}m_{11}\alpha_1 + m_{12}\alpha_2\\ m_{21}\alpha_1 + m_{22}\alpha_2\end{pmatrix}$$

Indem man einen Vektor transponiert und komplex konjugiert, geht man in den Dualraum über

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\beta_1^*\,, & \beta_2^*\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}m_{11}^*\alpha_1^* + m_{12}^*\alpha_2^*\,, & m_{21}^*\alpha_1^* + m_{22}^*\alpha_2^*\end{pmatrix}\\ &= \begin{pmatrix}\alpha_1^*\,, & \alpha_2^*\end{pmatrix}\underbrace{\begin{pmatrix}m_{21}^* & m_{12}^*\\ m_{12}^* & m_{22}^*\end{pmatrix}}_{=\left(\hat{M}^T\right)^*=\hat{M}^\dagger}\end{aligned}$$

$\hat{M}^\dagger := \left(\hat{M}^T\right)^*$ **heisst die zu** $\hat{M}$ **hermitesch konjugierte Matrix**

Mathematik: Lineare Abbildungen VIII

In drei Dimensionen:

Mathematik: Lineare Abbildungen VIII

In drei Dimensionen:

Ebenso wie man $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$ **als Matrizenmulitplikation darstellen kann**

Mathematatik: Lineare Abbildungen VIII

In drei Dimensionen:

Ebenso wie man $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$ als Matrizenmulitplikation darstellen kann

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix}}_{\equiv |B\rangle} = \underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}}_{=\hat{M}} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}}_{\equiv |A\rangle}$$

Mathematatik: Lineare Abbildungen VIII

In drei Dimensionen:

Ebenso wie man $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$ als Matrizenmulitplikation darstellen kann

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix}}_{\equiv|B\rangle} = \underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}}_{=\hat{M}} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}}_{\equiv|A\rangle}$$

So kann man auch für die dualen Vektoren $\langle B| = \langle A|\hat{M}^\dagger$
eine Matrizenmulitplikation definieren

Mathematatik: Lineare Abbildungen VIII

In drei Dimensionen:

Ebenso wie man $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$ als Matrizenmulitplikation darstellen kann

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix}}_{\equiv|B\rangle} = \underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}}_{=\hat{M}} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}}_{\equiv|A\rangle}$$

So kann man auch für die dualen Vektoren $\langle B| = \langle A|\hat{M}^\dagger$
eine Matrizenmulitplikation definieren

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \beta_1^*, & \beta_2^*, & \beta_3^* \end{pmatrix}}_{\equiv\langle B|} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1^*, & \alpha_2^*, & \alpha_3^* \end{pmatrix}}_{\equiv\langle A|} \underbrace{\begin{pmatrix} m_{11} & m_{21} & m_{31} \\ m_{12} & m_{22} & m_{32} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}}_{=\left(\hat{M}^T\right)^*=\hat{M}^\dagger}$$

Mathematik: Lineare Abbildungen IX

Weiterhin kann man man allgemein zeigen:

gilt $|B\rangle = \hat{M}\,|A\rangle$**,**

Mathematatik: Lineare Abbildungen IX

Weiterhin kann man man allgemein zeigen:

gilt $|B\rangle = \hat{M}|A\rangle$**,**

so ist das gleichbedeutend mit

$$\langle B| = \left[|B\rangle^*\right]^T = \left[\left(\hat{M}|A\rangle\right)^*\right]^T = \langle A|\hat{M}^\dagger$$

Mathematik: Lineare Abbildungen X

Betrachten wir nun das Skalarprodukt

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle,$$

Mathematik: Lineare Abbildungen X

Betrachten wir nun das Skalarprodukt

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle,$$

so wissen wir aus der Symmetrie des Skalarproduktes

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle^* = \langle (\hat{M} A) \,|\, C \rangle$$

Mathematatik: Lineare Abbildungen X

Betrachten wir nun das Skalarprodukt

$$\langle C \,|\, \hat{M}A \rangle,$$

so wissen wir aus der Symmetrie des Skalarproduktes

$$\langle C \,|\, \hat{M}A \rangle^* = \langle (\hat{M}A) \,|\, C \rangle$$

Mit dem Vorgehendem ergibt sich damit

$$\langle C \,|\, \hat{M}A \rangle^* = \langle (\hat{M}A) \,|\, C \rangle$$

Mathematik: Lineare Abbildungen X

Betrachten wir nun das Skalarprodukt

$$\langle C \,|\, \hat{M}A \rangle,$$

so wissen wir aus der Symmetrie des Skalarproduktes

$$\langle C \,|\, \hat{M}A \rangle^* = \langle (\hat{M}A) \,|\, C \rangle$$

Mit dem Vorgehendem ergibt sich damit

$$\langle C \,|\, \hat{M}A \rangle^* = \langle (\hat{M}A) \,|\, C \rangle = \langle A \,|\, \hat{M}^\dagger C \rangle$$

Mathematatik: Lineare Abbildungen X

Betrachten wir nun das Skalarprodukt

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle,$$

so wissen wir aus der Symmetrie des Skalarproduktes

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle^* = \langle (\hat{M} A) \,|\, C \rangle$$

Mit dem Vorgehendem ergibt sich damit

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle^* = \langle (\hat{M} A) \,|\, C \rangle = \langle A \,|\, \hat{M}^\dagger C \rangle$$

Sind die Zustände im Skalarprodukt gleich, dann gilt

Mathematik: Lineare Abbildungen X

Betrachten wir nun das Skalarprodukt

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle,$$

so wissen wir aus der Symmetrie des Skalarproduktes

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle^* = \langle (\hat{M} A) \,|\, C \rangle$$

Mit dem Vorgehendem ergibt sich damit

$$\langle C \,|\, \hat{M} A \rangle^* = \langle (\hat{M} A) \,|\, C \rangle = \langle A \,|\, \hat{M}^\dagger C \rangle$$

Sind die Zustände im Skalarprodukt gleich, dann gilt

$$\langle A \,|\, \hat{M} A \rangle^* = \langle A \,|\, \hat{M}^\dagger A \rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^{\dagger} = \lambda^{*}\langle\lambda\,|$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger = \lambda^*\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^\dagger = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger = \lambda^*\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^\dagger = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^{\dagger} = \lambda^{*}\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^{\dagger} = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda|\hat{M}^{\dagger} = \lambda^{*}\langle\lambda|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^{\dagger} = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda|\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda|\lambda\rangle$$

Ebenso findet man

$$\langle\lambda|\hat{M}|\lambda\rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger = \lambda^*\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^\dagger = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Ebenso findet man

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger\lambda\rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^{\dagger} = \lambda^{*}\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^{\dagger} = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Ebenso findet man

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \langle\lambda\,|\,\hat{M}^{\dagger}\lambda\rangle = \langle(\hat{M}\lambda)\,|\,\lambda\rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger = \lambda^*\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^\dagger = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Ebenso findet man

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger\lambda\rangle = \langle(\hat{M}\lambda)\,|\,\lambda\rangle = \lambda^*\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}\,|\,\lambda\rangle = \lambda\,|\,\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger = \lambda^*\langle\lambda\,|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^\dagger = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Ebenso findet man

$$\langle\lambda\,|\,\hat{M}\lambda\rangle = \langle\lambda\,|\,\hat{M}^\dagger\lambda\rangle = \langle(\hat{M}\lambda)\,|\,\lambda\rangle = \lambda^*\langle\lambda\,|\,\lambda\rangle$$

Damit folgt $\lambda = \lambda^*$**,**

Mathematik: Hermitesche Operatoren I

Für Eigenwerte gilt $\hat{M}|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle$

Transponiert und komplex-konjugiert man das, so gilt

$$\langle\lambda|\hat{M}^\dagger = \lambda^*\langle\lambda|$$

Eine Matrix für die gilt $\hat{M}^\dagger = \hat{M}$ **heisst hermitesch**

Für so eine Matrix gilt

$$\langle\lambda|\hat{M}\lambda\rangle = \lambda\langle\lambda|\lambda\rangle$$

Ebenso findet man

$$\langle\lambda|\hat{M}\lambda\rangle = \langle\lambda|\hat{M}^\dagger\lambda\rangle = \langle(\hat{M}\lambda)|\lambda\rangle = \lambda^*\langle\lambda|\lambda\rangle$$

Damit folgt $\lambda = \lambda^*$**,**

D.h. Eigenwerte von hermiteschen Matrizen sind reell

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \lambda_2\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermitwschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$

2) Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

Beweis:

i) $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = \lambda_2 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

ii) $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \lambda_2\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle$

ii) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \langle\lambda_1|\hat{O}^\dagger\lambda_2\rangle$

Mathematatik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \lambda_2\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle$

ii) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \langle\lambda_1|\hat{O}^\dagger\lambda_2\rangle = \langle(\hat{O}\lambda_1)|\lambda_2\rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \lambda_2\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle$

ii) $\langle\lambda_1|\hat{O}\lambda_2\rangle = \langle\lambda_1|\hat{O}^\dagger\lambda_2\rangle = \langle(\hat{O}\lambda_1)|\lambda_2\rangle = \lambda_1\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle = \lambda_2 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

ii) $\langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1 | \hat{O}^\dagger \lambda_2 \rangle = \langle (\hat{O}\lambda_1) | \lambda_2 \rangle = \lambda_1 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Subtrahiere beide Gleichungen $\langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle - \langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle = 0$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle = \lambda_2 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

ii) $\langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1 | \hat{O}^\dagger \lambda_2 \rangle = \langle (\hat{O}\lambda_1) | \lambda_2 \rangle = \lambda_1 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Subtrahiere beide Gleichungen $\langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle - \langle \lambda_1 | \hat{O}\lambda_2 \rangle = 0 = (\lambda_1 - \lambda_2)\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermitwschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

Beweis:

i) $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = \lambda_2 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

ii) $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1 | \hat{O}^\dagger \lambda_2 \rangle = \langle (\hat{O} \lambda_1) | \lambda_2 \rangle = \lambda_1 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Subtrahiere beide Gleichungen $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle - \langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = 0 = \underbrace{(\lambda_1 - \lambda_2)}_{\neq 0} \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Mathematatik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermitwschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$

2) Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

Beweis:

i) $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = \lambda_2 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

ii) $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1 | \hat{O}^\dagger \lambda_2 \rangle = \langle (\hat{O} \lambda_1) | \lambda_2 \rangle = \lambda_1 \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Subtrahiere beide Gleichungen $\langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle - \langle \lambda_1 | \hat{O} \lambda_2 \rangle = 0 = \underbrace{(\lambda_1 - \lambda_2)}_{\neq 0} \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle$

Damit muss $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$ **gelten**

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

3) **Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

3) **Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha \vec{v}_1$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

3) **Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha \vec{v}_1$

i) **Normiere Vektoren: $\vec{v}_i' = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$**

Mathematatik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

3) **Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$**

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha\vec{v}_1$

i) **Normiere Vektoren: $\vec{v}_i' = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$ => $|\vec{v}_i'| = 1$**

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) **Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$**

2) **Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

3) **Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$**

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha \vec{v}_1$

i) **Normiere Vektoren: $\vec{v}_i' = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$ => $|\vec{v}_i'| = 1$**

ii) **$\vec{v}_2'$ kann in einen Anteil parallel zu $\vec{v}_1'$ und einen Anteil senkrecht dazu aufgeteilt werden:**

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermetischen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$

2) Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$

3) Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle\lambda_1|\lambda_2\rangle = 0$

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha\vec{v}_1$

i) Normiere Vektoren: $\vec{v}'_i = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$ => $|\vec{v}'_i| = 1$

ii) $\vec{v}'_2$ kann in einen Anteil parallel zu $\vec{v}'_1$ und einen Anteil senkrecht dazu aufgeteilt werden: $\vec{v}'_2 = \alpha\vec{v}'_1 + \vec{v}_2^{\perp}$

Mathematik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$

2) Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

3) Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha \vec{v}_1$

i) Normiere Vektoren: $\vec{v}_i' = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$ => $|\vec{v}_i'| = 1$

ii) $\vec{v}_2'$ kann in einen Anteil parallel zu $\vec{v}_1'$ und einen Anteil senkrecht dazu aufgeteilt werden: $\vec{v}_2' = \alpha \vec{v}_1' + \vec{v}_2^{\perp}$, d.h. $\vec{v}_2^{\perp} = \vec{v}_2' - \langle \vec{v}_2' | \vec{v}_1' \rangle \vec{v}_1'$

Mathematatik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$

2) Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

3) Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha \vec{v}_1$

i) Normiere Vektoren: $\vec{v}_i' = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$ => $|\vec{v}_i'| = 1$

ii) $\vec{v}_2'$ kann in einen Anteil parallel zu $\vec{v}_1'$ und einen Anteil senkrecht dazu aufgeteilt werden: $\vec{v}_2' = \alpha \vec{v}_1' + \vec{v}_2^{\perp}$, d.h. $\vec{v}_2^{\perp} = \vec{v}_2' - \langle \vec{v}_2' | \vec{v}_1' \rangle \vec{v}_1'$

iii) $\vec{v}_2^{\perp}, \vec{v}_1'$ sind orthonormal -> normiere $\vec{v}_2^{\perp}$

Mathematatik: Hermitesche Operatoren II

Man kann zeigen:

1) Eigenvektoren $|\lambda_i\rangle$ von hermiteschen Operatoren bilden eine vollständige Basis des Vektorraumes V, d.h. jeder Vektor $|v\rangle$ kann als eine Linearkombination von diesen Eigenvektoren dargestellt werden $|v\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle$

2) Sind zwei Eigenwerte verschieden $\lambda_1 \neq \lambda_2$, dann sind die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

3) Sind zwei Eigenwerte zu verschieden Eigenvektoren (d.h. nicht linear abhängig) gleich $\lambda_1 = \lambda_2$, dann können die zugehörigen Eigenvektoren orthogonal gewählt werden $\langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle = 0$

Betrachte 2 Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ mit $\vec{v}_2 \neq \alpha \vec{v}_1$

i) Normiere Vektoren: $\vec{v}_i' = \dfrac{\vec{v}_i}{|\vec{v}_i|}$ => $|\vec{v}_i'| = 1$

ii) $\vec{v}_2'$ kann in einen Anteil parallel zu $\vec{v}_1'$ und einen Anteil senkrecht dazu aufgeteilt werden: $\vec{v}_2' = \alpha \vec{v}_1' + \vec{v}_2^{\perp}$, d.h. $\vec{v}_2^{\perp} = \vec{v}_2' - \langle \vec{v}_2' | \vec{v}_1' \rangle \vec{v}_1'$

iii) $\vec{v}_2^{\perp}, \vec{v}_1'$ sind orthonormal …. Kann auch auf viele Vektoren angewendet werden..

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j|A_i\rangle = \delta_{ij}$).

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j | A_i \rangle = \delta_{ij}$).

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$**.**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$**.**

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z-Richtung
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ und $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$,
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ und $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$.

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2$.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u|u\rangle + \alpha_d|d\rangle$**.**

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A|u\rangle|^2$**.**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$**und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$**.**

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A | u\rangle|^2$**.**
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$**.**

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A|u\rangle|^2$**.**
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist $|\alpha_d|^2$**.**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$**und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$**.**

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A|u\rangle|^2$**.**
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist $|\alpha_d|^2 = |\langle A|d\rangle|^2$**.**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z**-Richtung**
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$**,**
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$**.**

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A|u\rangle|^2$**.**
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist $|\alpha_d|^2 = |\langle A|d\rangle|^2$**.**

Nach der Messung von z.B. $\lambda_1 = +1$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z-Richtung
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ und $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$,
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ und $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$.

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A|u\rangle|^2$.
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist $|\alpha_d|^2 = |\langle A|d\rangle|^2$.

Nach der Messung von z.B. $\lambda_1 = +1$, wird bei weiteren σ_z-Messungen immer nur $\lambda_1 = +1$ gefunden,

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Beispiel: allgemeiner Spinzustand $|A\rangle$

Messen wir den Spin in z-Richtung
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |u\rangle$ und $|\lambda_2\rangle = |d\rangle$,
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ und $\lambda_2 = -1$

und der allgemeine Spinzustand lautet dann $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$.

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_u|^2 = |\langle A|u\rangle|^2$.
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist $|\alpha_d|^2 = |\langle A|d\rangle|^2$.

Nach der Messung von z.B. $\lambda_1 = +1$, wird bei weiteren σ_z-Messungen immer nur $\lambda_1 = +1$ gefunden,
d.h. der allgemeine Zustand $|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$ ist nach der Messung zum Zustand $|A\rangle = 1|u\rangle$ kollabiert.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Start:

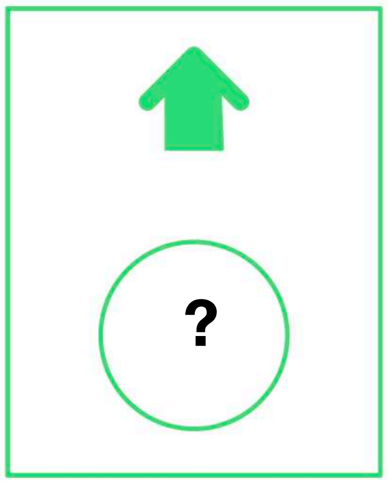
$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Start:

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Messung:

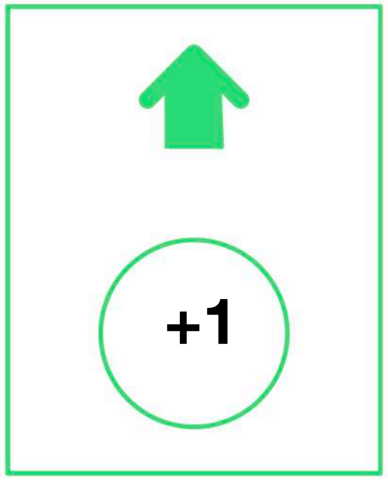


Grundprinzipien der Quantenmechanik

Start:

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Messung:

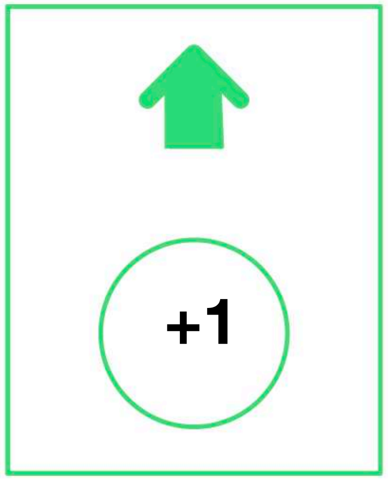


Grundprinzipien der Quantenmechanik

Start:

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Messung:



Ende:

$$|A\rangle = 1\,|u\rangle$$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ und $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$,

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ und $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$,
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ und $\lambda_2 = -1$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$**,**

die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|d\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$**,**

die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Damit lautet der allgemeine Spinzustand

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle$$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$**,**

die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Damit lautet der allgemeine Spinzustand

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \alpha_u \frac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}} + \alpha_d \frac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$**,**

die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$ **und** $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Damit lautet der allgemeine Spinzustand

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \alpha_u \frac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}} + \alpha_d \frac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\alpha_u + \alpha_d}{\sqrt{2}} |r\rangle + \frac{\alpha_u - \alpha_d}{\sqrt{2}} |l\rangle$$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$**,**

die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$**und** $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Damit lautet der allgemeine Spinzustand

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \alpha_u \frac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}} + \alpha_d \frac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \underbrace{\frac{\alpha_u + \alpha_d}{\sqrt{2}}}_{=\alpha_r} |r\rangle + \underbrace{\frac{\alpha_u - \alpha_d}{\sqrt{2}}}_{=\alpha_l} |l\rangle$$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung

dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ **und** $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$**,**

die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$**und** $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Damit lautet der allgemeine Spinzustand

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \alpha_u \frac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}} + \alpha_d \frac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \underbrace{\frac{\alpha_u + \alpha_d}{\sqrt{2}}}_{=\alpha_r} |r\rangle + \underbrace{\frac{\alpha_u - \alpha_d}{\sqrt{2}}}_{=\alpha_l} |l\rangle$$

Beachte:

Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_r|^2 = |\langle A | r\rangle|^2$**.**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Messen wir den Spin in x-Richtung
dann lauten die Eigenzustände $|\lambda_1\rangle = |r\rangle$ und $|\lambda_2\rangle = |l\rangle$,
die möglichen Messwerte sind $\lambda_1 = +1$und $\lambda_2 = -1$

Wir haben früher gezeigt: $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$ **und** $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$

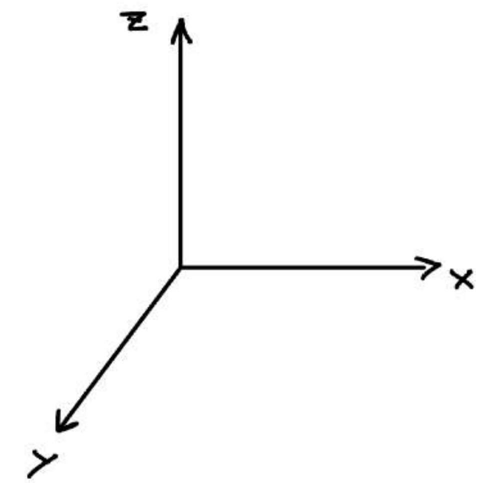
Damit lautet der allgemeine Spinzustand

$$|A\rangle = \alpha_u |u\rangle + \alpha_d |d\rangle = \alpha_u \frac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}} + \alpha_d \frac{|r\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \underbrace{\frac{\alpha_u + \alpha_d}{\sqrt{2}}}_{=\alpha_r} |r\rangle + \underbrace{\frac{\alpha_u - \alpha_d}{\sqrt{2}}}_{=\alpha_l} |l\rangle$$

Beachte:
Die Wahrscheinlichkeit +1 zu messen ist $|\alpha_r|^2 = |\langle A | r\rangle|^2$.
Die Wahrscheinlichkeit -1 zu messen ist $|\alpha_l|^2 = |\langle A | l\rangle|^2$.

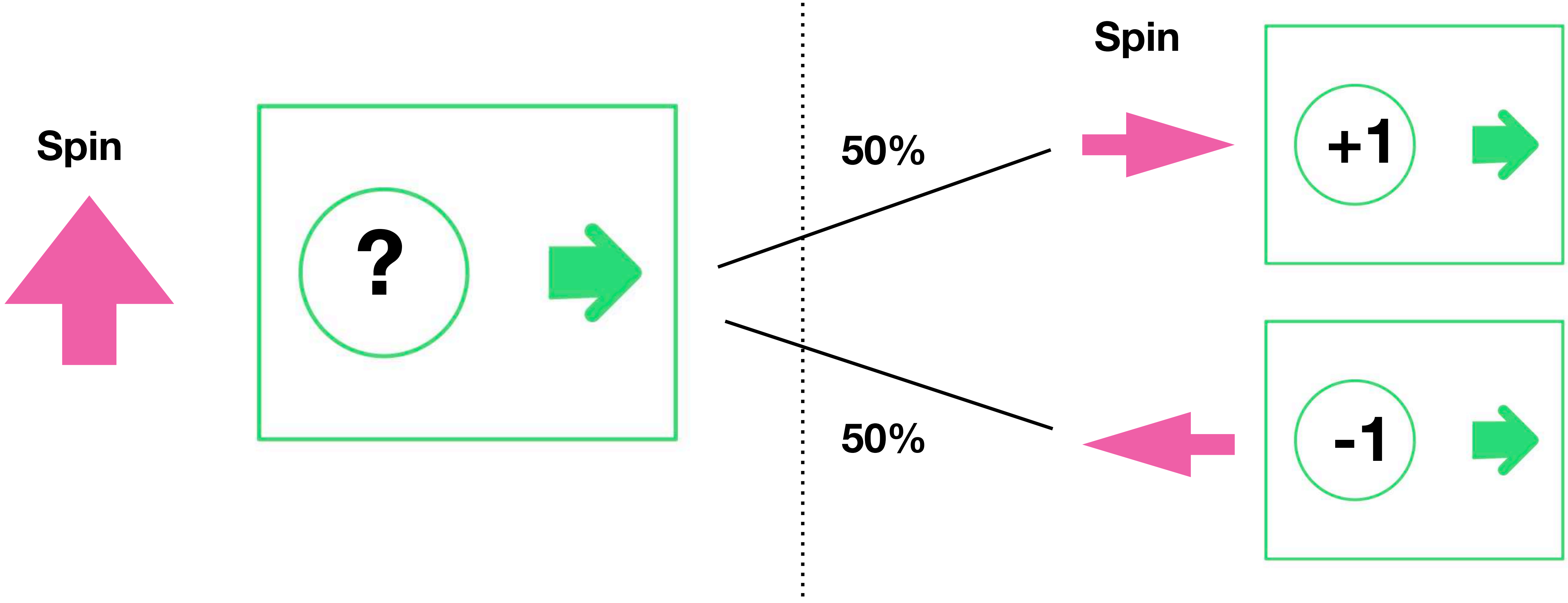
Wdh.: 1 Quanten Bit



Beispiele für Messergebnisse:

Messung =
Wechselwirkung
von $\mathscr{A}$ mit Spin

Vor der Messung **Nach der Messung**



Dieses Ergebnis ist keine logische/offensichtliche Konsequenz
sondern eine experimentelle Tatsache,
die nun verstanden/interpretiert werden muss

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x **Richtung** σ_x

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x Richtung σ_x,
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ und $|l\rangle$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x **Richtung** σ_x**,**
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ **und** $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x **Richtung** σ_x**,**
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ **und** $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

D.h. der Zustand kann auch wie folgt dargestellt werden $|A\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x Richtung σ_x,
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ und $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

D.h. der Zustand kann auch wie folgt dargestellt werden $|A\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Messen wir nun σ_x

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x Richtung σ_x,
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ und $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

D.h. der Zustand kann auch wie folgt dargestellt werden $|A\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Messen wir nun σ_x , so erhalten wir

mit der Wahrscheinlichkeit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ **= 50% den Wert $\sigma_x = +1$**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x **Richtung** σ_x**,**
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ **und** $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

D.h. der Zustand kann auch wie folgt dargestellt werden $|A\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Messen wir nun σ_x **, so erhalten wir**

mit der Wahrscheinlichkeit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ **= 50% den Wert** $\sigma_x = +1$ **und das System**

ist dann im Zustand $|A\rangle = |r\rangle$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x Richtung σ_x,
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ und $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

D.h. der Zustand kann auch wie folgt dargestellt werden $|A\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Messen wir nun σ_x, so erhalten wir

mit der Wahrscheinlichkeit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ **= 50% den Wert $\sigma_x = +1$ und das System ist dann im Zustand $|A\rangle = |r\rangle$**

oder

mit der Wahrscheinlichkeit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ **= 50% den Wert $\sigma_x = -1$**

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Vor der Messung ist das System im Zustand $|A\rangle = |u\rangle$

Nun messen wir den Spin in x Richtung σ_x,
d.h. die richtige Basis ist nun $|r\rangle$ und $|l\rangle$

Wir wissen $|u\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

D.h. der Zustand kann auch wie folgt dargestellt werden $|A\rangle = \dfrac{|r\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}$

Messen wir nun σ_x , so erhalten wir

mit der Wahrscheinlichkeit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ = 50% den Wert $\sigma_x = +1$ und das System ist dann im Zustand $|A\rangle = |r\rangle$

oder

mit der Wahrscheinlichkeit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ = 50% den Wert $\sigma_x = -1$ und das System ist dann im Zustand $|A\rangle = |l\rangle$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j | A_i \rangle = \delta_{ij}$).

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Nur reelle Messwerte möglich <-> Eigenwerte von hermiteschen Operatoren
z.B. Energie-Niveaus im Atom oder Spin-einstellungen

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j | A_i \rangle = \delta_{ij}$).

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Wie sieht der zum Spin gehörige Operator aus?
Spinzustände müssen Eigenvektoren des Spin-Operators sein!

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j | A_i \rangle = \delta_{ij}$).

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Wdh.: Quanten-Spin—Zustände VIII

Darstellung als Spaltenvektoren

Wir können die Zustände $|u\rangle$ und $|d\rangle$ auch als Spalten Vektoren darstellen

$$|u\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |d\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit folgt sofort die Orthonormiertheit der Zustände

Damit erhalten wir für die Zustände $|r\rangle$ und $|l\rangle$

$$|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u\rangle + |d\rangle\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } |l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u\rangle - |d\rangle\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Schliesslich finden wir für die Zustände $|i\rangle$ und $|o\rangle$

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u\rangle + i|d\rangle\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ und } |o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u\rangle - i|d\rangle\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

Diese sind ebenfalls wieder orthonormiert

Spin — Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z \, | u \rangle = + \, | u \rangle$ **und** $\sigma_z \, | d \rangle = - \, | d \rangle$

Spin—Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z |u\rangle = + |u\rangle$ **und** $\sigma_z |d\rangle = - |d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z |u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z|u\rangle = +|u\rangle$ **und** $\sigma_z|d\rangle = -|d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z|u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z |u\rangle = + |u\rangle$ **und** $\sigma_z |d\rangle = - |d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z |u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z\,|u\rangle = +\,|u\rangle$ **und** $\sigma_z\,|d\rangle = -\,|d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z\,|u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z\,|d\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z \,|\, u\rangle = + \,|\, u\rangle$ **und** $\sigma_z \,|\, d\rangle = - \,|\, d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z \,|\, u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z \,|\, d\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{22} \end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z |u\rangle = + |u\rangle$ **und** $\sigma_z |d\rangle = - |d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z |u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z |d\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{22} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z|u\rangle = +|u\rangle$ **und** $\sigma_z|d\rangle = -|d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z|u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z|d\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{22} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit lautet die 2x2 Darstellung von σ_z

Spin—Operatoren I

Es soll gelten $\sigma_z|u\rangle = +|u\rangle$ **und** $\sigma_z|d\rangle = -|d\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_z|u\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} \\ \sigma_z^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z|d\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_z^{11} & \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{21} & \sigma_z^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_z^{12} \\ \sigma_z^{22} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Damit lautet die 2x2 Darstellung von σ_z

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_x |r\rangle = +|r\rangle$ **und** $\sigma_x |l\rangle = -|l\rangle$

Spin — Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle$ **und** $\sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

Spin—Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle \text{ und } \sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle \text{ **und** } \sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle$ **und** $\sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle$ **und** $\sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\sigma_x|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle \text{ und } \sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\sigma_x|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}-\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}-\sigma_x^{22}\end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle$ **und** $\sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\sigma_x|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}-\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}-\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle \text{ und } \sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\sigma_x|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}-\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}-\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

Damit lautet die 2x2 Darstellung von σ_x

Spin—Operatoren II

Für $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ **und** $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_x|r\rangle = +|r\rangle \text{ und } \sigma_x|l\rangle = -|l\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_x|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}+\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}+\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

$$\sigma_x|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_x^{11} & \sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21} & \sigma_x^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_x^{11}-\sigma_x^{12}\\ \sigma_x^{21}-\sigma_x^{22}\end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

Damit lautet die 2x2 Darstellung von σ_x

$$\sigma_x = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle$ **und** $\sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$

Spin—Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle \text{ und } \sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

Spin—Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y |i\rangle = +|i\rangle \text{ **und** } \sigma_y |o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y |r\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_y^{11} & \sigma_y^{12} \\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren III

Für $|\,i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$ **und** $|\,o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$\sigma_y\,|\,i\rangle = +\,|\,i\rangle$ **und** $\sigma_y\,|\,o\rangle = -\,|\,o\rangle$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y\,|\,r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} + i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} + i\sigma_y^{22}\end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle \text{ und } \sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y|r\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_y^{11} & \sigma_y^{12} \\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22} \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \sigma_y^{11} + i\sigma_y^{12} \\ \sigma_y^{21} + i\sigma_y^{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y |i\rangle = + |i\rangle \text{ und } \sigma_y |o\rangle = - |o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y |r\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_y^{11} & \sigma_y^{12} \\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sigma_y^{11} + i\sigma_y^{12} \\ \sigma_y^{21} + i\sigma_y^{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y |l\rangle = \begin{pmatrix} \sigma_y^{11} & \sigma_y^{12} \\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle \text{ und } \sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11}+i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21}+i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$$

$$\sigma_y|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11}-i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21}-i\sigma_y^{22}\end{pmatrix}$$

Spin — Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle \text{ und } \sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} + i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} + i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$$

$$\sigma_y|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} - i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} - i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle \text{ und } \sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} + i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} + i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$$

$$\sigma_y|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} - i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} - i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$$

Damit lautet die 2x2 Darstellung von σ_y

Spin—Operatoren III

Für $|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$ **und** $|o\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$ **soll gelten**

$$\sigma_y|i\rangle = +|i\rangle \text{ und } \sigma_y|o\rangle = -|o\rangle$$

Im 2-dimensionalen Spalten Vektorraum lautet das

$$\sigma_y|r\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} + i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} + i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$$

$$\sigma_y|l\rangle = \begin{pmatrix}\sigma_y^{11} & \sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} & \sigma_y^{22}\end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\sigma_y^{11} - i\sigma_y^{12}\\ \sigma_y^{21} - i\sigma_y^{22}\end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$$

Damit lautet die 2x2 Darstellung von σ_y

$$\sigma_y = \begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Spin—Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Spin — Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Spin

Spin — Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Spin

SU(2) Algebra

Spin — Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Spin

SU(2) Algebra

SO(3) Drehungen im $\mathbb{R}^3$

Spin — Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Spin

SU(2) Algebra

SO(3) Drehungen im $\mathbb{R}^3$

Drehimpuls Algebra

Spin — Operatoren IV

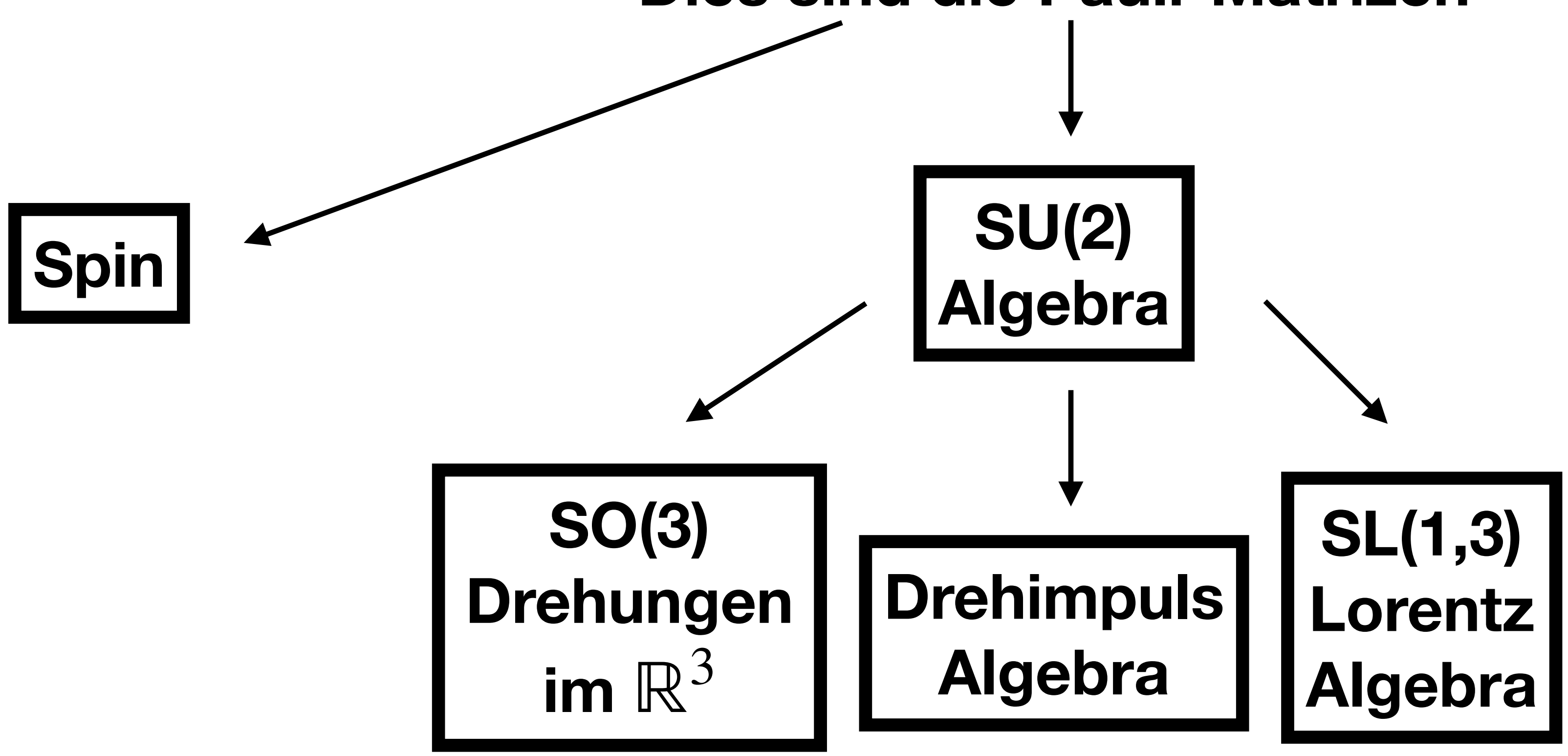
Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen



Spin — Operatoren IV

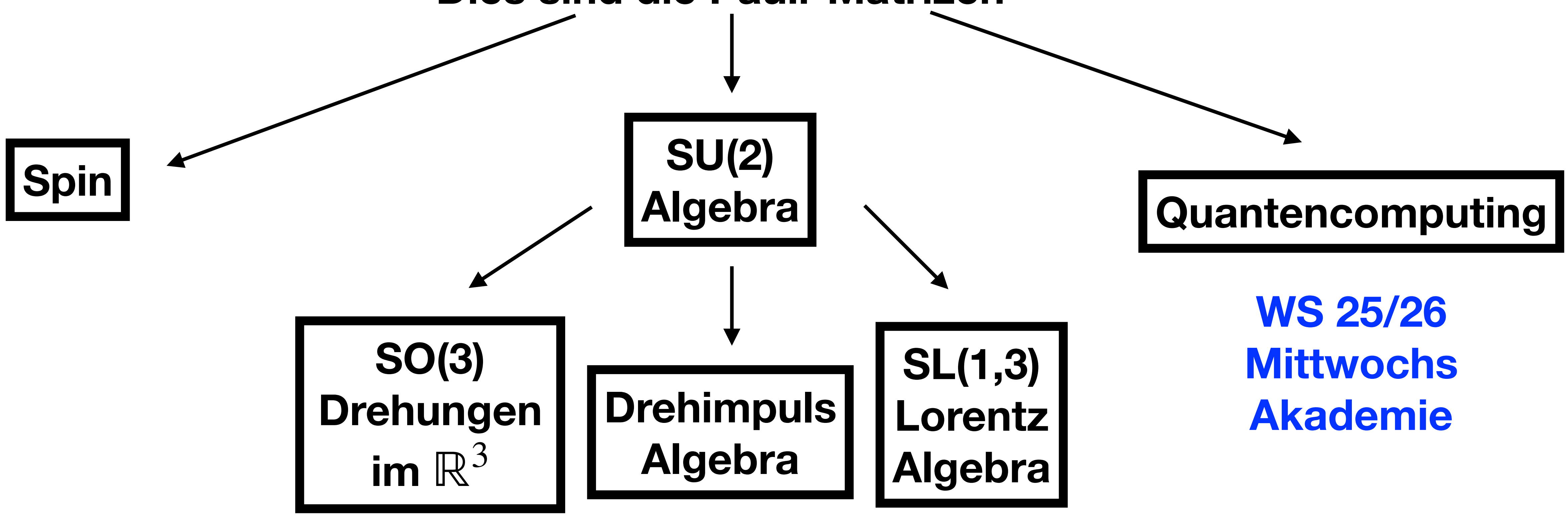
Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen



WS 25/26
Mittwochs
Akademie

Spin — Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Quaternionen
$\{\mathbb{1}_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$

Spin

SU(2) Algebra

Quantencomputing

SO(3) Drehungen im $\mathbb{R}^3$

Drehimpuls Algebra

SL(1,3) Lorentz Algebra

WS 25/26
Mittwochs
Akademie

Spin — Operatoren IV

Die Spinoperatoren für Messungen in x, y und z Richtung lauten

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

....

Quaternionen $\{\mathbb{1}_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$

Dies sind die Pauli-Matrizen

Spin

SU(2) Algebra

Quantencomputing

SO(3) Drehungen im $\mathbb{R}^3$

Drehimpuls Algebra

SL(1,3) Lorentz Algebra

WS 25/26
Mittwochs
Akademie

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j | A_i \rangle = \delta_{ij}$).

Was sind eindeutig unterscheidbare Zustände?

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ **und** $|d\rangle$ **kann man eindeutig durch die Messung von** σ_z **unterscheiden.**

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Misst man σ_z und erhält +1

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Misst man σ_z und erhält +1, dann kann das von $|u\rangle$ oder $|r\rangle$ stammen!

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Misst man σ_z und erhält +1, dann kann das von $|u\rangle$ oder $|r\rangle$ stammen!

Ebenso bei einer Messung von σ_x

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ **und** $|d\rangle$ **kann man eindeutig durch die Messung von** σ_z **unterscheiden.**

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ **stammen,**

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ **stammen,**

Ebenso

$|r\rangle$ **und** $|l\rangle$ **kann man eindeutig durch die Messung von** σ_x **unterscheiden**

Aber

$|u\rangle$ **und** $|r\rangle$ **kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden**

Misst man σ_z **und erhält +1, dann kann das von** $|u\rangle$ **oder** $|r\rangle$ **stammen!**

Ebenso bei einer Messung von σ_x

Daher:

$\{|u\rangle, |d\rangle\}$ **und** $\{|r\rangle, |l\rangle\}$ **sind eindeutig unterscheidbar**

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Misst man σ_z und erhält +1, dann kann das von $|u\rangle$ oder $|r\rangle$ stammen!

Ebenso bei einer Messung von σ_x

Daher:

$\{|u\rangle, |d\rangle\}$ und $\{|r\rangle, |l\rangle\}$ sind eindeutig unterscheidbar: $\langle u|d\rangle = 0 = \langle r|l\rangle$

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Misst man σ_z und erhält +1, dann kann das von $|u\rangle$ oder $|r\rangle$ stammen!

Ebenso bei einer Messung von σ_x

Daher:

$\{|u\rangle, |d\rangle\}$ und $\{|r\rangle, |l\rangle\}$ sind eindeutig unterscheidbar: $\langle u|d\rangle = 0 = \langle r|l\rangle$

$\{|u\rangle, |r\rangle\}$ sind nicht eindeutig unterscheidbar

Eindeutig unterscheidbare Zustände

Eindeutig unterscheidbare Zustände: es gibt eine Messmöglichkeit, so dass man die Zustände eindeutig unterscheiden kann:

Beispiel:

$|u\rangle$ und $|d\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_z unterscheiden.

Erhält man +1, dann kann das nur von $|u\rangle$ stammen,

erhält man -1, dann kann das nur von $|d\rangle$ stammen,

Ebenso

$|r\rangle$ und $|l\rangle$ kann man eindeutig durch die Messung von σ_x unterscheiden

Aber

$|u\rangle$ und $|r\rangle$ kann man nicht eindeutig durch eine Messung unterscheiden

Misst man σ_z und erhält +1, dann kann das von $|u\rangle$ oder $|r\rangle$ stammen!

Ebenso bei einer Messung von σ_x

Daher:

$\{|u\rangle, |d\rangle\}$ und $\{|r\rangle, |l\rangle\}$ sind eindeutig unterscheidbar: $\langle u|d\rangle = 0 = \langle r|l\rangle$

$\{|u\rangle, |r\rangle\}$ sind nicht eindeutig unterscheidbar $\langle u|r\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \neq 0$

Grundprinzipien der Quantenmechanik

Prinzip 1: Observablen (= messbare Größen) werden in der Quantenmechanik durch lineare, hermitesche Operatoren $\hat{O}$ dargestellt.

Prinzip 2: Mögliche Messergebnisse sind Eigenwerte λ_i des Operators $\hat{O}$. Ist das System im Zustand $|\lambda_i\rangle$, dann wird immer der Messwert λ_i gefunden.

Prinzip 3: Eindeutig unterscheidbare Zustände werden in der Quantenmechanik durch orthogonale Zustände $|A_i\rangle$ dargestellt ($\langle A_j | A_i \rangle = \delta_{ij}$).

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$.

Man kann den Zustand $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ darstellen

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$.

Man kann den Zustand $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ darstellen

$$|A\rangle = \sum_i c_i|\lambda_i\rangle = c_1|\lambda_i\rangle + c_2|\lambda_2\rangle + c_3|\lambda_3\rangle + \ldots$$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$.

Man kann den Zustand $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ darstellen

$$|A\rangle = \sum_i c_i|\lambda_i\rangle = c_1|\lambda_i\rangle + c_2|\lambda_2\rangle + c_3|\lambda_3\rangle + \ldots$$

Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$.

Man kann den Zustand $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ darstellen

$$|A\rangle = \sum_i c_i|\lambda_i\rangle = c_1|\lambda_i\rangle + c_2|\lambda_2\rangle + c_3|\lambda_3\rangle + \ldots$$

Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2 = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$ wird der Messwert λ_i gefunden

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik

Prinzip 4: Ist das System im Zustand $|A\rangle$ und man misst die Observablen $\hat{O}$, so ist die Wahrscheinlichkeit den Messwert λ_i zu finden gleich $P(\lambda_i) = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$.

Man kann den Zustand $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ darstellen

$$|A\rangle = \sum_i c_i|\lambda_i\rangle = c_1|\lambda_i\rangle + c_2|\lambda_2\rangle + c_3|\lambda_3\rangle + \dots$$

Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2 = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$ wird der Messwert λ_i gefunden und das System befindet sich nach der Messung im Zustand

$$|A\rangle = |\lambda_i\rangle$$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Darstellung des Zustandes $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ von $\hat{O}$:

$$|A\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle = c_1 |\lambda_i\rangle + c_2 |\lambda_2\rangle + c_3 |\lambda_3\rangle + \ldots$$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Darstellung des Zustandes $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ von $\hat{O}$:

$$|A\rangle = \sum_i c_i|\lambda_i\rangle = c_1|\lambda_i\rangle + c_2|\lambda_2\rangle + c_3|\lambda_3\rangle + \ldots$$

i) Messung von $\hat{O}$:

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Darstellung des Zustandes $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ von $\hat{O}$:

$$|A\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle = c_1 |\lambda_i\rangle + c_2 |\lambda_2\rangle + c_3 |\lambda_3\rangle + \ldots$$

i) Messung von $\hat{O}$:
Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2 = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$ wird der Messwert λ_i gefunden und das System befindet sich nach der Messung im Zustand $|A\rangle = |\lambda_i\rangle$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Darstellung des Zustandes $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ von $\hat{O}$:

$$|A\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle = c_1 |\lambda_i\rangle + c_2 |\lambda_2\rangle + c_3 |\lambda_3\rangle + \dots$$

i) Messung von $\hat{O}$:
Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2 = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$ wird der Messwert λ_i gefunden und das System befindet sich nach der Messung im Zustand $|A\rangle = |\lambda_i\rangle$

ii) Anwendung von $\hat{O}$ auf $|A\rangle$

$$\hat{O}|A\rangle = \hat{O}\sum_i c_i |\lambda_i\rangle$$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Darstellung des Zustandes $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ von $\hat{O}$:

$$|A\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle = c_1 |\lambda_i\rangle + c_2 |\lambda_2\rangle + c_3 |\lambda_3\rangle + \ldots$$

i) Messung von $\hat{O}$:

Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2 = |\langle A | \lambda_i \rangle|^2$ wird der Messwert λ_i gefunden und das System befindet sich nach der Messung im Zustand $|A\rangle = |\lambda_i\rangle$

ii) Anwendung von $\hat{O}$ auf $|A\rangle$

$$\hat{O}|A\rangle = \hat{O} \sum_i c_i |\lambda_i\rangle = \sum_i c_i \hat{O} |\lambda_i\rangle$$

Grundprinzip 4 der Quantenmechanik II

Beachte: Die Messung der Observablen $\hat{O}$ ist nicht gleichbedeutend mit der Anwendung von $\hat{O}$ auf den Zustand $|A\rangle$!

Darstellung des Zustandes $|A\rangle$ in der Basis der Eigenzustände $|\lambda_i\rangle$ von $\hat{O}$:

$$|A\rangle = \sum_i c_i |\lambda_i\rangle = c_1 |\lambda_i\rangle + c_2 |\lambda_2\rangle + c_3 |\lambda_3\rangle + \ldots$$

i) Messung von $\hat{O}$:
Mit der Wahrscheinlichkeit $|c_i|^2 = |\langle A|\lambda_i\rangle|^2$ wird der Messwert λ_i gefunden und das System befindet sich nach der Messung im Zustand $|A\rangle = |\lambda_i\rangle$

ii) Anwendung von $\hat{O}$ auf $|A\rangle$

$$\hat{O}|A\rangle = \hat{O}\sum_i c_i |\lambda_i\rangle = \sum_i c_i \hat{O}|\lambda_i\rangle = \sum_i c_i \lambda_i |\lambda_i\rangle$$